~~8482~~ OF 1915
F
8482

18-20. vol. 1969-1971.

(168)

ANALELE UNIVERSITATII BUCURESTI

FIZICĂ

ANUL XVIII — 1969

ANALELE
UNIVERSITĂȚII
BUCUREȘTI

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
Országos Műszaki Információs Központ és Könyvtár
2001

FIZICĂ

ANUL XVIII — 1969

1989

FIZICĂ

BME KÖZPONTI KÖNYVTÁRA
F
8482
FOLYÓIRAT OSZTÁLY

COMITETUL DE REDACȚIE

Redactor responsabil: Prof. dr. docent *Gheorghe Brătescu*

Membri: Acad. prof. dr. docent *Th. V. Ionescu*; acad. prof. dr. docent *Șerban Țițeica*; prof. dr. docent *M.C. Ion Ursu;* prof. dr. docent. *M.C. V. Novacu;* prof. dr. *Cristian Constantinescu;* prof. dr. *Mihai Rosenberg;* prof. dr. *Mihai Gavrilă.*

Secretar: Lector *Constantin Vrejoiu.*

1848

Budapesti Műszaki Egyetem
Központi Könyvtára
Folyóiratraktár
P298/1972

REDACȚIA
ANALELE UNIVERSITĂȚII BUCUREȘTI
B-dul Gh. Gheorghiu-Dej nr. 64
Telefon 16.01.87/5

SUMAR

Pag.

MEDER LÀSZLO FERENC : Parametrii exponenţiali ai grupului Lorentz omogen şi neomogen 9

N. HANGEA şi H. V. ALEXANDRU : Cinetica de creştere a monocristalului A.D.P. (din soluţii) în regim static şi P.H. normal 27

H. V. ALEXANDRU şi N. HANGEA : Contribuţii la studiul creşterii monocristalului A.D.P. din soluţii 35

V. P. MIHU şi I. GAVRILĂ : Modificarea caracteristicilor pilei Daniell-Iacobi sub acţiunea ultrasunetelor 43

TEODOR BOHĂŢIEL : Unele fenomene noi de propagare ale cîmpului electromagnetic și interpretarea lor în torţa de înaltă frecvenţă la presiuni subatmosferice 51

M. COJOCARU : Determinarea dimensiunilor neperturbate şi a rigidităţii termodinamice a macromoleculelor de poliamida 6 din măsurători de vîscozitate 73

VASILE N. DIMA şi CLEOPATRA GHERBANOVSCHI : Instalaţie optico-ultrasonică pentru măsurarea vitezei şi absorbţiei ultrasunetelor în lichide 79

A. NICOLAU şi C. TOPLICEANU : Determinarea raportului secţiunilor de captură a purtătorilor de centrii de sensibilizare a energiei de activare a golurilor de pe astfel de centrii în păturile subţiri de CdSe activate 87

A. T. NICOLAU şi I. MUNTEANU : Cîteva consideraţii asupra teoriei efectului Schottky în structurile MDM 97

F. WĂCHTER : Condiţii de staţionalitate şi efectul fotoelectric al unei descărcări luminiscente 107

EMIL I. TOADER : Unele probleme ale comportării coloanei pozitive în cîmp magnetic 117

N. MARINESCU : Interacţie unde centrimetrice — Plasma 135

Стр.

Л. Ф. МЕДЕР: Экспоненциальные параметры в однородной и неоднородной группе Лоренца 26

Н. ХАНДЖЕА и Х. В. АЛЕКСАНДРУ: Кинетика роста монокристалла А. Д. Р (из раствора) при постоянном режиме и в нормальном pH 34

Х. В. АЛЕКСАНДРУ и Н. ХАНДЖЕА: Вклад в проблему выращивания монокристалла А. Д. П. из растворов 42

В. П. МИХУ и И. ГАВРИЛЭ: Изменения характеристик элементов Даниел-Якоби под действием ультразвуков 50

ТЕОДОР БОХЭЦИЕЛ: Некоторые явления распространения электромагнетического поля и их интерпретация в высокочастном факеле при субатмосферных давлениях 72

М. КОЖОКАРУ: Определение непертурбированных размеров и термодинамической жесткости макромолекул полиамида — 6 при вискозиметрическом измерении 77

ВАСИЛЕ Н. ДИМА и К. ГЕРБАНОВСКИ: Оптическая ультразвуковая установка для измерения скорости и поглощения ультразвуков в жидкостях 85

А. НИКОЛАУ и К. ТОПЛИЧЕАНУ: Определение отношения сечении захвата и энергии активации дырок для центров чувствительности в тонких активированных пленках 95

А. Т. НИКОЛАУ и И. МУНТЕАНУ: К теории эффекта Шотки в структурах М.Д.М. 105

Ф. ВАХТЕР: Вклад фотонов в поддержание люминисцентного разряда 115

ЭМИЛ И. ТОАДЕР: Некоторые проблемы поведения положительного столба в магнитном поле 133

Н. МАРИНЕСКУ: Взаимодействие сверхвысокого электромагнитного поля с плазмой 151

BME KÖZPONTI KÖNYVTÁR
F
8482
FOLYÓIRAT OSZTÁLY

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
1848
KÖZPONTI KÖNYVTÁRA

SUMMARY

Page

MEDER LÀSZLO FERENC : Exponential Parameters in the Homogenous and Inhomogenous Lorentz Group 26

N. HANGEA and H. V. ALEXANDRU : The Growing Kinetic of the A.D.P. Singlecrystal (from solution) in Static Regime and at Normal pH.... 27

H. V. ALEXANDRU and N. HANGEA : Contributions to the Problem of the Growth of A.D.P. Singlecrystal from Solutions......................... 35

V. P. MIHU et I. GAVRILĂ : Modification des caractéristiques de la pile Daniell-Iacobi sous laction ultra-sons 43

BOHĂŢIEL TEODOR : Some New Propagation Phenomena of the Electromagnetic Field and Their Interpretation in the High Frequency Torch at Subatmospheric Pressures 51

M. COJOCARU : Bestimmung der ungestörten Dimensionen und der thermodynamischen Starrheit der Makromolekulen von Hexapolyamid durch Viskositatsmessungen 73

VASILE N. DIMA et CLEOPATRA GHERBANOVSCHI : Instalation optique-ultrasonique pour la mesure de la vitesse et de la absorbtion des ultrasons dans les liquides.. 86

A. NICOLAU and C. TOPLICEANU : Determination of the Ratio Capture Cross Section and Activing Energy of the Holes for Sensitising Centers in Activated CdSe Thin Layers.................................... 87

A. T. NICOLAU et I. I. MUNTEANU : Quelques considération sur la théorie de l'effet Schottky dans des structure MDM........................ 97

F. WÄCHTER : Stationarität und Photoeffekt einer Glimmentladung........... 107

EMIL I. TOADER : Some Problems Regarding the Behaviour of the Positive Column in a Magnetic Field.. 133

N. MARINESCU : Interaction Centrimetric Electromagnetic Waves-Plasma.... 151

PARAMETRII EXPONENȚIALI AI GRUPULUI LORENTZ OMOGEN ȘI NEOMOGEN

MEDER LÀSZLO FERENC

I. Introducere și notații

Orice teorie fizică relativistă are la bază studiul grupului Lorentz omogen și neomogen. [1] Structura transformărilor Lorentz omogene [2] este elucidată în lucrarea fundamentală [1] a lui Wigner; de asemenea în [2], [3] întîlnim o teoremă referitoare la structura „geometrică" a unei categorii importante de transformări Lorentz omogene (teorema lui Synge). În lumina acestor rezultate se poate elabora foarte ușor parametrizarea exponențială a grupului Lorentz propriu ortocron $L_+^\uparrow$. Aceasta este subiectul secțiunii II. Pe parcurs se constată o legătură între transformările Lorentz cu divizor elementar, expresii nemanifest covariante și transformări de etalon. În secțiunea III elaborăm parametrizarea exponențială a transformărilor Lorentz neomogene, discutînd concomitent structura geometrică a acestora.

Vom conveni să numim transformare Lorentz neomogenă (α, Λ) o *transformare liniară neomogenă*

$$x' = (\alpha, \Lambda)\, x = \alpha + \Lambda x \tag{1}$$

$$x'^{\mu} = \alpha^{\mu} + \Lambda^{\mu}_{\nu}\, x^{\nu} \tag{1'}$$

a spațiului minkowskian 4-dimensional [3] care lasă invariant intervalul 4-dimensional

$$(x - y)^2 = g_{\mu\nu}\,(x^{\mu} - y^{\mu})\,(x^{\nu} - y^{\nu}) \tag{2}$$

dintre două puncte x și y ale acestui spațiu. Tensorul metric g este ales

$$g_{\mu\nu} = (\,+\,-\,-\,-\,)$$

---

[1] Grupul Lorentz neomogen apare des în literatură sub denumirea de grupul Poincaré".

[2] proprii ortocrone (pentru transformările Lorentz ce conțin reflexii, rezultatele se extind în mod trivial)

[3] o transformare a spațiului: punctul x este dus în punctul $x' = \alpha + \Lambda x$ și nu coordonatele punctului (fix) se transformă la o schimbare a reperului cartezian ortogonal. Atragem atenția că de obicei în fizica relativistă (mai ales în cea necuantică) se lucrează cu cealaltă interpretare: transformarea Lorentz se concepe ca o trecere de la un sistem de referință la altul.

Transformarea (α, Λ) se numește proprie sau improprie după cum det $\Lambda = \pm 1$; ea se numește ortocronă sau enantiocronă după cum sgn $\Lambda^0_0 = \pm 1$. Transformările proprii formează subgrupul invariant P_+ iar cele ortocrone formează subgrupul invariant $P^\uparrow$ în grupul Poincaré P. Transformările de forma (α, g) sînt translații pure, transformările (α, Λ) sînt omogene. Vom scrie pe scurt Λ în loc de $(0, \Lambda)$. Translațiile formează un subgrup invariant abelian T_4, grupul factor P/T_4 este izomorf cu grupul Lorentz (omogen) $L = \{(\alpha, \Lambda) : \alpha = 0\}$. În grupul Lorentz avem din nou subgrupurile invariante $L_+ = L \cap P_+$; $L^\uparrow = L \cap P^\uparrow$; intersecția acestor două, grupul Lorentz propriu ortocron („restrîns)“ $L^\uparrow_+ = L \cap P^\uparrow_+$ unde $P^\uparrow_+ = P_+ \cap P^\uparrow$ constă, ca și acesta din urmă, din toate elementele ce pot fi legate printr-un drum continuu de transformarea identică $(0, g)$. Grupul factor $P/P^\uparrow_+$ este produsul direct al două grupuri ciclice de ordinul doi, astfel mulțimea parametrilor unei transformări arbitrare (α, Λ) va conține pe lîngă parametrii elementului corespunzător din grupul propriu ortocron, pe det Λ și sgn Λ^0_0.

Parametrii α^μ și Λ^μ_ν ai unei transformări Lorentz neomogene au caracter tensorial: din covarianța necesară a ecuației (1′) rezultă că α^μ sînt componentele contravariante ale unui vector, iar N^μ_ν sînt componentele (mixte) ale unui tensor de ordinul doi. În general, există în orice spațiu pseudoeuclidiano corespondență biunivocă (covariantă) între operatori liniari și tensori de ordinul doi, pentru simplitate vom identifica operatorii cu tensorii corespunzători. Vom scrie în cele ce urmează relațiile covariante într-o formă condensată „operatorială“, în care nu scriem componentele, iar juxtapunerea simbolurilor a două mărimi tensoriale va însemna un produs contractat după ultimul indice al mărimii din stînga și primul indice al mărimii din dreapta. Produsul necontractat se va indica prin semnul produsului direct $\otimes$ iar semnul $\times$ va indica produs exterior:

$$\begin{array}{lcl} u = A\,v & \text{însemnează} & u^\mu = A^\mu_\nu\, v^\nu \\ B = A^2 & \text{„} & B^\mu_\nu = A^{\mu\rho} A_{\rho\nu} \\ P = u \otimes v & \text{„} & P_{\mu\upsilon} = u_\mu v_\nu \\ u \times v = u \otimes v - v \otimes u & & \end{array}$$

În legătură cu transformările Lorentz neomogene vom folosi notația matricială a lui Bargman:

$$v \to V = \begin{pmatrix} v \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ v^3 \\ v^0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(\alpha\,\Lambda) \to M\,(\alpha, \Lambda) = \left(\begin{array}{cccc:c} & \Lambda & & & \alpha \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right),$$

$$\text{cu } \Lambda = (\Lambda^\mu_\nu)$$

Cu această notație (1) se scrie

$$X' = M(\alpha, \Lambda)\, X$$

Aceasta se verifică imediat dacă avem în vedere următoarea regulă de înmulțire „bloc" a matricilor, de mare folos în secțiunea III [1]:

Fie A și B două matrici pentru care produsul $C = AB$ există, împărțite în cîte $\mathrm{p}_A \cdot q_A$ respectiv $p_B \cdot q_B$ blocuri a_{ij} resp. b_{kl} cu cîte l_i^A resp. l_k^B linii și c_j^A respectiv c_l^B coloane astfel ca $q_A = p_B =$ și $c_k^A = l_k^B$ (k $=$ 1,2,...,q_Δ). Atunci va fi o matrice împărțită în $p_A \cdot q_B$ blocuri c_{il} de cîte l_i^A linii și c_i^A coloane și

$$c_{il} = \sum_{k=1}^{q\Delta} a_{ik}\, b_{kl}$$

II. **Transformări Lorentz omogene**

1. *Recapitularea rezultatelor lui Wigner*

(**W.** 1) O transformare Lorentz fără divizori elementari[2] are 4 valori propri $e^{\pm i\varphi}$, $e^{\pm\psi}$. Notăm vectorii proprii corespunzători prin $v_{\pm\varphi}$, $v_{\pm\psi}$. Factorii arbitrari din definiția acestora pot fi astfel aleși încît (cu notațiile din [1]) :

$$\begin{aligned}
&(v_{\pm\varphi})^* = v_{\mp\varphi}{}^{3}\\
&(v_{\pm\psi})^* = v_{\pm\psi}\\
&\{v_{\pm\varphi}` \; v_{\pm\varphi}\} = -1\\
&\{v_{\pm\psi},\; v_{\pm\psi}\} = 0\\
&\{v_{+\varphi},\; v_{-\varphi}\} = 0\\
&\{v_{\pm\varphi},\; v_{+\psi}\} = \{v_{\pm\varphi},\; v_{-\psi}\} = 0\\
&\{v_{+\psi},\; v_{-\psi}\} = +1\\
&(v_{+\psi})^{\circ} > 0
\end{aligned}$$

(**W.** 2). — O trnsformarea Lorentz cu divizor elementar Λ_e are toate valorile proprii egale cu $+1$, are doi vectori proprii (reali) v_1 și v_e ortogonali $(v_1^2 = -1,\; v_e^2 = 0)$ și există în spațiu doi vectori reali w_e $(w_e^2 = -1)$ și z_e $(z_e^2 = 0)$ ortogonali între ei, astfel ca

$$\begin{aligned}
&v_1 w_e = v_1 z_e = 0\\
&v_e w_e = 0\,;\; v_e z_e = 1\\
&\Lambda_e w_e = w_e + v_e\\
&\Lambda_e z_e = z_e + w_e + \frac{1}{2} v_e
\end{aligned}$$

---

[1] Deducerea regulii, deși netrivială, constă din considerații elementare și nu va fi dată aici.

[2] v. [4].

[3] Complex-conjugatul v^* al unui vector v se definește prin $(v^*)^\mu = v^{\mu *}$. Definiția este consistentă deoarece se admit doar baze „reale".

2. *Parametrizarea transformărilor Lorentz*

A. Transformări Lorentz fără divizor elementar

Definim vectorii (reali)

$$\bar{e}_1 = \frac{v_{+\varphi} + v_{-\varphi}}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{e}_2 = i\,\frac{v_{+\varphi} - v_{-\varphi}}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{e}_3 = \frac{v_{+\psi} - v_{-\psi}}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{e}_0 = \frac{v_{+\psi} + v_{-\psi}}{\sqrt{2}}$$

Avem relațiile de ortonormare și de completitudine:

$$\bar{e}_\mu\, \bar{e}_\nu = g_{\mu\nu}$$
$$g^{\mu\nu} e_\mu \otimes e_\nu = g$$

precum și

$$(\bar{e}_0)^\circ > 0$$

Semnul lui ψ poate fi astfel ales ca $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$ să formeze un triedru drept în hiperplanul generat de aceștia, indiferent de orientarea prealabilă a perechii ($\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$). Aceasta ne permite să convenim $\varphi \in [0, 2\,\pi]$.

În baza (3) Λ are acțiunea

$$\begin{aligned} \Lambda\bar{e}_1 &= \cos\varphi \cdot \bar{e}_1 \\ \Lambda\bar{e}_2 &= -\sin\varphi\, \bar{e}_1 \\ \Lambda\bar{e}_3 &= \operatorname{ch}\,\psi\, \bar{e}_3 \\ \Lambda\bar{e} &= \operatorname{sh}\,\psi\, \bar{e}_3 \end{aligned} \tag{4}$$

Introducînd (după Rastall [2]) bivectorii

$$\begin{aligned} A_s &= \bar{e}_1 \times \bar{e}_2 = \frac{v_{+\varphi} \times v_{-\varphi}}{i} \\ A_t &= \bar{e}_3 \times \bar{e}_0 = v_{+\psi} \times v_{-\psi} \end{aligned} \tag{5}$$

cu proprietățile

$$\left\{\begin{aligned} &A_s\bar{e}_1 = \bar{e}_2\,;\ A_s\bar{e}_2 = -\,\bar{e}_1 \\ &A_s\bar{e}_3 = A_s\bar{e}_0 = 0 \\ &A_t\bar{e}_3 = \bar{e}_0\,;\ A_t\bar{e}_0 = \bar{e}_3 \\ &A_t\bar{e}_1 = A_t\bar{e}_2 = 0 \end{aligned}\right. \tag{6a}$$

$$\begin{cases} A_s A_t = A_t A_s = 0 \\ A_s^2 \bar{e}_1 = -\bar{e}_1 ;\ A_s^2 \bar{e}_2 = -\bar{e}_2 \\ A_t^2 \bar{e}_3 = \bar{e}_3 ;\ A_t^2 \bar{e}_0 = \bar{e}_0 \\ A_t^2 - A_s^2 = g \\ A_s^3 = -A_s \\ A_t^2 = A_t \end{cases} \tag{6b}$$

din (4) deducem

$$\Lambda = -\cos\varphi\, A_s^2 + \mathrm{ch}\,\psi\, A_t^2 + \sin\varphi\, A_s + \mathrm{sh}\,\psi\, A_t \tag{7}$$

Introducem tensorul antisimetric

$$\xi = -(\varphi A_s + \psi A_t) \tag{8}$$

Definim dualul unui tensor antisimetric A prin

$$A_{\mu\nu}^D = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho} A^{\lambda\rho} \tag{9}$$

unde ε este preudotensorul de ordinul 4 complet antisimetric definit prin relaţia (valabilă în orice bază „dreaptă" [2]) :

$$\varepsilon^{0123} = \varepsilon_{1230} = +1$$

Comparînd componentele tensorilor A_s, A_t în baza $\{\bar{e}_\mu\}$, putem să ne convingem uşor că

$$A_s^D = -A_t$$

$$A_t^D = A_s$$

în sensul definiţiei (9) — (10). Din (8)

$$\xi^D = -(\psi A_s - \varphi A_t) \tag{8^D}$$

şi astfel putem exprima

$$A_s = -\frac{\xi\varphi + \psi\xi^D}{\varphi^2 + \psi^2} \tag{11}$$

$$A_t = -\frac{\psi\xi - \varphi\xi^D}{\varphi^2 + \psi^2}$$

---

[1] Din (6b) rezultă că A_t^2 şi A_s^2 — sînt proiectori.

[2] Înţelegem prin bază dreaptă o bază ortonormată pentru care $(e)^\circ > 0$ şi $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3$ formează o bază dreaptă a subspaţiului 3-dimensional ortogonal pe e_0.

Avînd în vedere (6b), avem

$$\xi^2 = \varphi^2 A_s^2 + \psi^2 A_t^2 \tag{8'}$$

Un calcul simplu dă

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\, \xi^{\mu\nu} \xi_{\mu\nu} &= \varphi^2 - \psi^2 \\ \frac{1}{8}\, \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\, \xi^{\mu\nu} \xi^{\lambda\rho} &= \varphi\, \psi \end{aligned} \tag{13}$$

astfel și ψ pot fi calculați din componentele tensorului ξ. Din (7), (11), (12), (13) rezultă că următoarea formulă exprimă Λ prin ξ și g.

$$\begin{aligned} \Lambda = (\varphi^2 + \psi^2)^{-1} \{ & (\varphi^2 \operatorname{ch} \psi + \psi^2 \cos \varphi) g + (\operatorname{ch} \psi - \cos \varphi)\, \xi^{\mu\rho} \xi^{\rho\nu} + \\ & + (\varphi \operatorname{sh} \psi - \psi \sin \varphi)\, \xi^D - (\varphi \sin \varphi + \psi \operatorname{sh} \varphi)\, \xi \end{aligned} \tag{14}$$

și deci $\xi^{\mu\nu}$ (6 mărimi independente) pot servi la parametrizarea transformării Lorentz fără divizori elementari Λ :

$$\begin{aligned} \Lambda^\mu_\nu = (\varphi^2 + \psi^2)^{-1} \{ & (\varphi^2 \operatorname{ch} \psi + \psi^2 \cos \varphi) \delta^\mu_\nu + (\operatorname{ch} \psi - \cos \varphi)\, \xi^{\mu\rho} \xi^2 + \\ & + (\varphi \operatorname{sh} \psi - \psi \sin \varphi) \frac{1}{2}\, \varepsilon^\mu_{\nu\lambda\rho}\, \xi^{\lambda\rho} - (\varphi \sin \varphi + \psi \operatorname{sh} \psi) \xi^\mu_\nu \} \end{aligned} \tag{14'}$$

cu

$$\varphi = + \sqrt{\frac{\frac{1}{2}\, \xi^{\mu\nu}\, \xi_{\mu\nu} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\, \xi^{\mu\nu}\, \xi_{\mu\nu}\right)^2 + \frac{1}{4} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\, \xi^{\mu\nu}\, \xi_{\lambda\rho}}}{2}}$$

$$\psi = \operatorname{sgn}\, (\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\, \xi^{\mu\nu}\, \xi^{\lambda\rho}) \sqrt{\frac{\frac{1}{2}\, \xi^{\mu\nu}\, \xi_{\mu\nu} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\, \xi^{\mu\nu}\, \xi_{\mu\nu}\right)^2 + \frac{1}{4}\, \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\, \xi^{\mu\nu} \xi^{\lambda\rho}}}{2}}$$

Pentru a inversa (14), pornim de la (7). Scriem partea antisimetrică

$$\Lambda^{\mu\nu}_A = \frac{1}{2} (\Lambda^{\mu\nu} - \Lambda^{\nu\mu})$$

a lui Λ:

$$\Lambda_A = \sin \varphi\, A_s + \operatorname{sh} \psi A_t \tag{15}$$

Combinînd cu relația duală:

$$\Lambda^D_A = \operatorname{sh}\, \psi\, A_s - \sin\, \varphi\, A_t \tag{15_D}$$

găsim

$$A_s = \frac{\sin\varphi\,\Lambda_A + \mathrm{sh}\,\psi\,\Lambda_A^D}{\sin^2\varphi + \mathrm{sh}^2\psi}$$
$$A_t = \frac{\mathrm{sh}\,\psi\,\Lambda - \sin\varphi\,\Lambda_A^D}{\sin^2\varphi + \mathrm{sh}^2\psi} \tag{16}$$

Exprimînd coeficienții ecuației caracteristice prin Λ^μ_ν și prin rădăcinile acestei ecuații, obținem

$$\Lambda^\mu_\mu = 2\,(\cos\varphi + \mathrm{ch}\,\psi)$$
$$\frac{1}{2}\,\delta^{\nu\nu'}_{\mu\mu'}\,\Lambda^\mu_\nu\,\Lambda^{\mu'}_{\nu'} = \frac{1}{2}\,(\Lambda^\mu_\mu\Lambda^\nu_\nu - \Lambda^\mu_\nu\,\Lambda^\nu_\mu) = 2 + 4\cos\varphi\;\mathrm{ch}\,\psi$$

de unde putem determina $|\varphi|$ și $|\psi|$. Semnul lui ψ poate fi aflat de exemplu din semnul lui

$$\frac{1}{8}\,\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\,\Lambda^{\mu\nu}\,\Lambda^{\gamma\rho} = \sin\varphi\;\mathrm{sh}\,\psi$$

(din (7) putem deduce ușor această egalitate).

Cu acestea găsim următoarea exprimare a parametrilor ξ prin Λ^μ_ν:

$$\xi^{\mu\nu} = -\,\frac{(\varphi\sin\varphi + \psi\,\mathrm{sh}\,\psi)\,\frac{1}{2}\,(\Lambda^{\mu\nu} - \Lambda^{\nu\mu}) + (\varphi\,sh\,\psi - \psi\sin\varphi)\,\frac{1}{2}\,\varepsilon^{\mu\nu\lambda\rho}\,\Lambda_{\lambda\rho}}{\sin^2\varphi + sh^2\psi}$$

cu (17)

$$\varphi = \arccos\left[\frac{\Lambda^\mu_\mu}{4} - \sqrt{\frac{(\Lambda^\mu_\mu)^2}{16} + \frac{1}{2} - \frac{\delta^{\nu\nu'}_{\mu\mu'}\,\Lambda^\mu_\nu\,\Lambda^{\mu'}_{\nu'}}{8}}\right]$$
$$\psi = \mathrm{sgn}\,(\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\Lambda^{\mu\nu}\Lambda^{\lambda\rho})\;\arg\mathrm{ch}\left[\frac{\Lambda^\mu_\mu}{4} + \sqrt{\frac{(\Lambda^\mu_\mu)^2}{16} + \frac{1}{2} - \frac{\delta^{\nu\nu'}_{\mu\mu'}\,\Lambda^\mu_\nu\,\Lambda^{\mu'}_{\nu'}}{8}}\right]$$

Formulele (16) și prima formulă din (17) conțin nedeterminări la $\varphi = \psi = 0$ și la $\varphi = \pi, \psi = 0$. În primul caz $\Lambda = g$; $\xi = 0$ cf. (8), iar A_s, A_t sînt nedeterminați (căci $\{\bar{e}^\mu\}$ sînt nedeterminați). În cazul al doilea, cf. (7) $\Lambda = A_s^2 + A_t^2$ de unde cu (6b) $A_s^2 = \frac{1}{2}\,(\Lambda_{-g})$. Tot din (6b) deducem că vectorii $v_{(\nu)}$ cu componentele $v^\mu_{(\nu)} = \frac{1}{2}\,(\Lambda^\mu_\nu - \delta^\mu_\nu) = (A_s^2)^\mu_\nu$ sînt combinații liniare ale vectorilor $\bar{e}_1$, și $\bar{e}_2$. Deoarece $(-A_s^2)\,\bar{e}_\nu = v_{(\nu)}$ acești vectori generează subspațiul vectorilor $\bar{e}_1, \bar{e}_2$; în concluzie există între ei doi vectori liniari independenți și deci putem găsi doi vectori $\bar{e}_1'$ și $\bar{e}_2'$ ortogonali și normați la -1. Este clar atunci că

$$\xi = -\pi\,A_s = -\pi\,\bar{e}_1' \times \bar{e}_2'$$

Particularizînd (7) la $\psi = 0$ sau la $\varphi = 0$ putem scrie forma generală a rotațiilor pure (de unghi φ în jurul axei $\bar{e}_3$):

$$R_{\bar{3}}\,(\varphi) = g + (1 - \cos\,\varphi)\,A_s^2 + \sin\,\varphi\,A_s \tag{7a}$$

respectiv a transformărilor Lorentz speciale (în direcția „$\bar{3}$", cu viteză $V = c.\text{th}\,\psi$):

$$-\Lambda_{\bar{3}}\,(\psi) = g + (\text{ch}\,\psi - 1)\,A_t^2 + \text{sh}\,\psi\,A_t \tag{7b}$$

Din (6b) rezultă că aceste două transformări Lorentz comută și că produsul lor este transformarea Lorentz fără divizori elementari (generală) de forma (7). Invers, (4) arată că orice transformare Lorentz fără divizori elementari se descompune în produsul a două transformări Lorentz (7a) și (7b) care comută

$$\Lambda = (R_{\bar{1}\bar{2}}\,(\varphi) \otimes \Lambda_{\bar{3}\bar{0}})\,(\psi) =$$

$$= (R_{\bar{1}\bar{2}}\,(\varphi) \otimes g_3)\,(g_{\bar{1}\bar{2}} \otimes \Lambda_{\bar{3}\bar{0}})\,(\psi) = R_{\bar{3}}\,(\varphi)\,\Lambda_{\bar{3}}\,(\psi)$$

Aceasta este conținutul teoremei lui Synge (dedusă în [2] printr-o metodă echivalentă cu cea de față dar pornită de la izomorfismul dintre grupul Lorentz restrîns și grupul rotațiilor complexe, și în [3] printr-o analiză anevoioasă a transformărilor Lorentz infinitezimale). Cele două plane invariante pot fi caracterizate complet ori prin

$$v_s = a\bar{e}_1 + b\bar{e}_2 \Leftrightarrow A_t v_s = 0$$

$$v_t = c\,\bar{e}_3 + d\,\bar{e}_0 \Leftrightarrow A_s v_t = 0$$

tensorii A_s și A_t fiind calculabili din Λ cu (16), ori prin scrierea proiectorilor

$$-A_s^2 = \frac{ch\,\psi\,g - \Lambda_s}{ch\,\psi - \cos\varphi} \tag{18}$$

$$A_t^2 = \frac{\Lambda_s - \cos g}{ch\,\psi - \cos\varphi}$$

unde prin Λ_s am notat partea simetrică a lui Λ:

$$\Lambda_s^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\,(\Lambda^{\mu\nu} + \Lambda^{\nu\mu})$$

B. Transformări Lorentz cu divizor elementar

Introducem

$$\xi_e = v_e \times w_e \tag{e5}$$

de unde deducem cu (W.2)

$$\xi_e v_1 = 0\,; \qquad \xi_e w_e = -\,v_e$$

$$\xi\,v_e = 0\,; \qquad \xi_e z_e = -\,w_e \tag{e6a}$$

$$\xi_e^2 v_1 = 0\,; \qquad \xi_e^2 w_e = 0$$

$$\xi_e^2 v_e = 0 \qquad \xi_e^2 w_e = v_e \tag{e6b}$$

Scriind ξ și calculînd ξ^D în baza particulară $(v_1, w_e, \frac{v_e}{2} - z_e, \frac{v_e}{2} + z_e)$ putem găsi:

$$\begin{aligned} \xi_e^D v_1 &= v_e & \qquad \xi_e^D w_e &= 0 \\ \xi_e^D v_e &= 0 & \qquad \xi_e^D z_e &= v_1 \end{aligned} \tag{e6Da}$$

de unde

$$\xi_e^D = v_1 \times v_e$$

Comparînd acțiunea lui Λ_e cu (e6a-b) vedem că

$$\Lambda = g + \frac{1}{2}\,\xi_e^2 - \xi_e \tag{e14}$$

adică

$$\Lambda^{\mu}_{e\nu} = \delta^{\mu}_{\nu} + \frac{1}{2}\,\xi_e^{\mu\rho}\,\xi_{e\rho\nu} - \xi^{\mu}_{e\nu} \tag{e14'}$$

ceea ce arată că Λ_e poate fi parametrizată prin $\xi_e^{\mu\nu}$ și că

$$\xi_e = -\Lambda_e$$

$$\xi_e^{\mu\nu} = -\frac{1}{2}(\Lambda_e^{\mu\nu} - \Lambda_e^{\mu\nu}) \tag{e17}$$

în continuare, avem din (e5)

$$\frac{1}{2}\,\xi_{e\mu\nu}\,\xi_{e\mu\nu} = 0$$

$$\frac{1}{8}\,\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\,\xi_e^{\mu\nu}\,\xi_e^{\lambda\rho} = 0 \tag{e13}$$

astfel invarianții φ și ψ ai lui ξ_e sînt nuli. Dezvoltînd în serie funcțiile trigonometrice din (14'), (17) și folosind identitatea

$$a^n - (-b)^n = (a+b)\sum_{k=0}^{n-i} a^k\,(-b)^{n-k-1}$$

putem simplifica peste tot prin $(\varphi^2 + \psi^2)$. În expresiile astfel obținute se efectuează ușor trecerea la limită $\varphi \to 0$, $\psi \to 0$, $\xi^{\mu\nu} \to \xi_e^{\mu\nu} \neq 0$ care ne conduce tocmai la (e14') ↔ (e17). Astfel legătura (e14') ↔ (e17) dintre Λ_e și parametrii $\xi_e^{\mu\nu}$ este un caz limită a legăturii (14') (17) dintre transformarea Lorentz Λ și parametrii $\xi^{\mu\nu}$.

Transformarea Lorentz cu divizor elementar Λ_e are un subspațiu invariant 3-dimensional ortogonal pe v_e (care deci îl conține pe acesta) în care Λ_e acționează ca o „transformare de etalon".

$$\Lambda_e\, v = v - (w_e\, v)v$$

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

Subspațiul invariant se poate descompune (neunivoc) în dreapta invariantă generată de v_1 ortogonală pe planul invariant generat de v_e și w_e în care Λ are acțiunea de „transformare de etalon" dată de celula Jordan (v. [4]). Descompunerea este neunivocă deoarece (W.2) nu se modifică la o „schimbare a etalonării" vectorilor v_1 și w_e (concomitentă cu o ajustare corespunzătoare a lui z_e):

$$\begin{aligned} v_1 &\to v_1 + av_e \\ w_e &\to w + bv_e \\ z_e &\to z_e + bw_e \end{aligned}$$

Pentru a caracteriza subspațiile invariante folosim (e6a-b), (e17) și relația

$$\xi_e^2 = 2(\Lambda_{es} - g) \tag{e18}$$

obținută din (e14).

Planul invariant fiind ortogonal pe vectorul cu caracter luminos v_e nu conține nici un vector cu caracter temporal, astfel un vector t ($t^2 > 0$) va avea o coordonată nenulă după z_e:

$$t = -(v_1 t)v_1 - (w_e\, t)w_e + (z\, t)v_e + (v\, t)\, z_e$$
$$v_e t \neq 0$$

de unde cu (e6a) rezultă ξ_e t va fi o combinație liniară de w_e și v_e care poate fi considerată chiar un multiplu de w_e fără de a afecta (W.2). Normîndu-l al -1, găsim

$$\bar{w}_e = -\frac{\xi_e\, t}{\sqrt{t\, \xi_e^2\, t}} \tag{19}$$

(am avut $(\xi_e t)^2 = g_{\mu\nu}\, \xi_e^{\mu\lambda}\, t_\lambda\, \xi_e^{\nu\rho}\, t_\rho = -\, t_\rho\, \xi_e^{\rho\nu}\, \xi_{e\nu}^{\ \lambda}\, t_\lambda = -t\, \xi_e^2 t$; rostul semnului din față se va vedea imediat), și în mod analog

$$\bar{v}_1 = \frac{\xi_e^D\, t}{\sqrt{t \xi_e^{D2}\, t}} = \frac{\xi_e^D\, t}{\sqrt{t \xi_e^2 t}} \tag{20}$$

de unde

$$\bar{v}_e = -\, \xi_e\, v_e = \frac{\xi_e^2\, t}{\sqrt{t\, \xi_e^2\, t}} \tag{21}$$

și deci mai general

$$\bar{\bar{w}}_e = \bar{w}_e + a\bar{v}_e = \frac{\xi_e\, (a\, \xi_e - g)\, t}{\sqrt{t\, \xi_e^2\, t}} \tag{19'}$$

$$\bar{\bar{v}}_1 = \bar{v}_1 + b\bar{v}_e = \frac{(\xi_e^D + b\, \xi_e^2)\, t}{\sqrt{t\, \xi_e^2\, t}} \tag{20'}$$

cu a, b arbitrari. Observăm că la această modificare $\bar{v}_e$ din (21) rămîne neschimbat; într-adevăr o scurtă privire la (e6a-b) arată că

$$\xi_e^3 = 0 \tag{22}$$

Privind (19'), (20') și (21) am putea crede că vectorul $\bar{v}_e$ și familiile de vectori $\overline{\overline{w}}_e$, $\overline{\overline{v}}_1$ depind nu numai de ξ_e (și deci de Λ_e) dar și de alegerea vectorului t. Însă din (W.2) știm precis că aceștia sînt complet determinați de Λ_e Paradoxul e cu atît mai acut, cu cît alegînd t $= e_o$ putem scrie relațiile sub forma

$$\overline{\overline{w}}{}_o^{\mu} = \frac{\xi_{eo}^{\mu}}{\sqrt{\xi_e^{oi}\,\xi_e^{oi}}} \tag{19''}$$

$$\overline{\overline{v}}{}_1^{\mu} = \frac{\varepsilon_{o\lambda\rho}^{\mu}\;\xi_{e\lambda\rho}}{\sqrt{\xi_e^{oi}\,\xi_e^{oi}}} \tag{20''}$$

$$\bar{v}_e^{\mu} = \frac{\xi_e^{\mu\rho}\;\xi_{e\rho o}}{\sqrt{\xi_e^{oi}\,\xi_e^{oi}}} \tag{21''}$$

ceea ce s-ar părea pierderea covarianței. Paradoxul își poate găsi rezolvarea în structura foarte particulară a lui ξ_e:

$$\begin{gathered}
\xi_e^2 = v_e \otimes v_e \times \xi_e^{D2} \\
\left.\begin{aligned} \xi_e^2 t &= (v_e t)\, v_e \\ \sqrt{t\xi_e^2 t} &= v_e\, t \end{aligned}\right\} \quad \bar{v}_e = v_e \\
\left\{\begin{aligned} \bar{w}_e &= w_e - \frac{w_e\, t}{v_e\, t}\, v_e \\[2ex] \bar{v}_1 &= v_1 - \frac{v_1\, t}{v_e\, t}\, v_e \end{aligned}\right.
\end{gathered} \tag{23}$$

Astfel (21), (19') și (20') definesc univoc vectorul $\bar{v}_e$ și *familiile* de vectori $\overline{\overline{w}}_e$, $\overline{\overline{v}}_1$. Efectul unei schimbări a lui t asupra vectorilor $\bar{w}_e$ și $\bar{v}_e$ este, cf. (23) o „transformare de etalon".

C. *Observație*

Fiind dat un tensor antisimetric ξ arbitrar, (14) sau (e14) îi asociază o transformare Lorentz omogenă. Într-adevăr, dacă cel puțin unul din invarianții (13) este nenul, atunci $\varphi^2 + \psi^2 \neq 0$ și (7) cu (12) deci (14) definește o transformare Lorentz Λ. Dacă $\xi \neq 0$ dar invarianții sînt nuli — (e13) — atunci să notăm cu u vectorul (tridimensional) de componente — $\varepsilon_{ijk}\xi^{ik}$ și cu v vectorul de componente — ξ^{io}, perpendicular pe u și avînd aceeași lungime $|u| = |v|$. Putem verifica imediat, că definind Λ_e prin (e14), ea va avea acțiunea canonică (W.2) asupra cuadrivectorilor

$$v_1 = \left(0, \frac{u}{|u|} \right)$$

$$v_e = \left(1, \frac{u \times v}{u^2} \right) \tag{24}$$

$$w_e = \left(0, \frac{v}{|v|} \right)$$

$$z_e = \left(\frac{1}{2}, \frac{v \times u}{2u^2} \right)$$

care au toate proprietățile cerute în (W.2)

3. *Subgrupuri uniparametrice*

A. — Parametrii $\xi^{\eta\nu}$ introduși de noi prin (17) și (e17) sînt tocmai *parametrii exponențiali* ai transformării Lorentz Λ. Subiectul principal al acestui paragraf este demonstrarea acestei afirmatii.

Demonstrăm mai întîi că transformările $\Lambda(\xi(\mathrm{a}))$ asociate prin (14) sau (e14) la tensorii antisimetrici din familia $\xi(a) = a\xi(1)$ formează un subgrup uniparametric. Dacă $\varphi^2 + \psi^2 \neq 0$ atunci cf. (11)

$$\mathrm{A}_s = \mathrm{sgn\ a\ A}_s\ (1)$$

$$\mathrm{A}_t\ (\mathrm{a}) = \mathrm{sgn.a\ A}_t\ (1)$$

căci cf. (13) sau ultimele două egalități din (14′)

$$\varphi(a) = |a|\ \varphi\ (1)$$

$$\psi(a) = |a|\ \psi\ (1)$$

și din (7)

$\Lambda\ (\xi(a)) = -\cos\ (a\varphi(1))\ \mathrm{A}_s^2\ (1)\ + \mathrm{ch}\ (\mathrm{a}\psi(1))\ \mathrm{A}_s^2\ (1) + \sin\ (\mathrm{a}\varphi(1))\ \mathrm{A}_s\ (1) + \mathrm{sh}\ (\mathrm{a}\psi(1))\ \mathrm{A}_t(1)$ astfel cu (6b) putem verifica imediat

$$\Lambda(\xi(a))\ \Lambda\ (\xi(b)) = \Lambda\ (\xi(a + b)) \tag{24}$$

Dacă $\varphi^2 + \psi^2 = 0$ și $\xi^{\mu\nu} \neq 0$, din (22) $\xi^n = 0$ pentru $\mathrm{n} > 2$ și rezultă direct valabilitatea relației (24) pentru $\Lambda_e\ (\xi(a))$ dat de (e14) Q.E.D.

Notăm generatorii infinitezimali prin

$$\left. \frac{\partial \Lambda}{\partial \xi^{\mu\nu}} \right|_{\xi = 0} = \mathrm{A}_{\mu\nu} \tag{25}$$

Din (24) se obține pe calea standard

$$\Lambda(\xi(a)) = \exp\left[\mathrm{a} \cdot \frac{1}{2}\ \xi^{\mu\nu}(1)\ \mathrm{A}_{\mu\nu} \right]$$

de unde pentru $a = 1$; $\xi(1) = \xi$, avem într-adevăr

$$\Lambda(\xi) = \exp\left[\frac{1}{2}\ \xi^{\mu\nu}\ \mathrm{A}_{\mu\nu} \right] \tag{26}$$

Derivînd în (14′) și trecînd la limita $\xi^{\mu\nu} \rightarrow o$ găsim componentele tensorilor $A_{\mu\nu}$:

$$A_{\mu\nu}^{\lambda\rho} = -\, \delta_{\mu\nu}^{\lambda\rho} \tag{27}$$

B. Cu (27) deducem $\frac{1}{2}\, \xi^{\mu\nu} A_{\mu\nu} = -\, \xi$. Sumînd seria (26) regăsim formula „$\xi \rightarrow \Lambda$“ anterioare:

1. $\varphi^2 + \psi^2 \neq 0 \rightarrow \frac{1}{2}\, \xi^{\mu\nu} A_{\mu\nu} = \varphi A_s + \psi A_t$

și cf. (6b)

$$(\varphi A_s + \psi A_t)^{2k} = (-)^{k-1}\, \varphi^{2k}\, A_s^2 + \psi^{2k}\, A_t^2$$

$$(\psi A_s + \psi A_t)^{2k+1} = (-)^k\, \varphi^{2k+1}\, A_s + \psi^{2k+1}\, A_t \tag{28}$$

de unde se vede că seria exponențială se sumează dînd (7).

$$\varphi^2 + \psi^2 = 0$$

Seria se curmă după termenul cu ξ^2, regăsindu-se (e14).

III. Transformări Lorentz neomogene

1. *Parametrizarea exponențială*

Pentru a găsi parametrii exponențiali ξ^{μ}_{tr}, $\xi^{\mu\nu}_{h}$ ai unei transformări Lorentz neomogene (α, Λ) (adică legătura acestora cu α^{μ} și Λ^{μ}_{ν}) vom căuta să extragem cît mai multe informații din relația de definiție

$$(\alpha, \Lambda) = \exp\left[\xi^{\mu}_{tr}\, D_{\mu} + \frac{1}{2}\, \xi^{\mu\nu}_{h} A_{\mu\nu}\right] \tag{29}$$

în care D_{μ} și $A_{\mu\nu}$ sînt generatorii translațiilor respectiv ai transformărilor Lorentz omogene

$$D_{\mu} = \left.\frac{\partial\, (\alpha, g)}{\partial \alpha^{\mu}}\right|_{\alpha = o} \tag{30}$$

iar $A_{\mu\nu}$ sînt definiți prin (25). Derivînd în matricea $M\,(\alpha, \Lambda)$ găsim

$$M(D_{\mu}) = \left(\begin{array}{cccc:c} & & & & \delta^1_{\mu} \\ & & & & \delta^2_{\mu} \\ & & O & & \delta^3_{\mu} \\ & & & & \delta^o_{\mu} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \tag{31}$$

$$M(\mathrm{A}_{\mu\nu}) = \left(\begin{array}{cccc:c} & A_{\mu\nu} & & & O \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \tag{32}$$

Cu aceste pregătiri (29) se scrie

$$M\ (\alpha, \Lambda) = \exp \left[\left(\begin{array}{cccc:c} & -\ \xi_h & & & \xi_{tr} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\right] = \left(\begin{array}{cccc:c} & \Lambda\ (\xi_h) & & & \mathrm{S}\ (\xi_h)\,\xi_{tr} \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \tag{33}$$

cu $\Lambda\ (\xi_h)$ dat de (26) și

$$\mathrm{S}\ (\xi) = \sum_{\mathrm{n}=\mathrm{o}}^{\infty} \frac{(-\ \xi)^n}{(n+1)}$$

Astfel

$$\Lambda = \exp\ (-\ \xi_h) \tag{34}$$

$$\alpha = \mathrm{S}(\xi_h)\ \xi_{tr} \tag{35}$$

Relația (34) ne arată că $\xi_{\mathrm{h}}^{\mu\nu}$ sînt egali cu parametrii exponențiali ai părții omogene Λ a lui (α, Λ) legată de ξ_h prin (14) sau (e14) respectiv (17) sau (e17). Din (35) calculăm cu (28)

$$\alpha = \left[-\ \frac{\sin\varphi}{\varphi}\mathrm{A}_s^2 + \frac{sh\ \psi}{\psi}\ \mathrm{A}_t^2 + \frac{1-\cos\varphi}{\varphi}\mathrm{A}_s + \frac{ch\ \psi - 1}{\psi}\ \mathrm{A}_t\right]\xi_{tr} \tag{36}$$

de unde cu (11)—(12) ajungem la

$$\alpha^\mu = (\varphi^2 + \psi^2)^{-1}\left\{\left(\psi^2\,\frac{\sin\varphi}{\varphi} + \varphi^2\,\frac{sh\psi}{\psi}\right)\delta_\nu^\mu + \left(\frac{sh\psi}{\psi} - \frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)\xi_h^{\mu\rho}\ \xi_{h\rho\nu}\ + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{ch\psi - 1}{\psi}\,\varphi - \frac{1-\cos\varphi}{\varphi}\,\psi\right)\frac{1}{2}\ \varepsilon_{\nu\lambda\rho}^{\mu}\ \xi_h^{\lambda\rho} - (\mathrm{ch}\ \psi - \cos\ \varphi)\ \xi_{\mathrm{h}\nu}^{\mu}\right\}\xi_{tr}^{\nu} \tag{37}$$

pentru cazul cînd Λ nu are divizori elementari. În (36—(37) funcțiile trigonometrice sînt definite prin seriile Taylor, astfel la $\varphi = 0$ *sau* $\psi = 0$ trebuie luate limitele respective (finite) ale lor. Pentru cazul cu divizor elementar seria S se curmă:

$$\alpha = \left[g - \frac{\xi_{\mathrm{h}}}{2} + \frac{\xi_{\mathrm{h}}^2}{6}\right]\xi_{tr} \tag{e36}$$

$$\alpha^{\mu} = \left(\delta^{\mu}_{\nu} + \frac{1}{6}\, \xi_{h}^{\mu\rho}\, \xi_{h\rho\nu} - \frac{1}{2}\, \xi^{\mu}_{h\nu} \right) \xi^{\nu}_{tr} \tag{e37}$$

Rămîne să mai scriem legătura inversă $(\alpha, \Lambda) \to \xi_{tr}, \xi_{h}$. De fapt, deoarece ξ_h e dat prin (17), (e17), trebuie să exprimăm doar ξ_{tr} prin α și Λ. Va trebui să aflăm operatorul $S^{-1}(\xi_h)$ cu proprietatea $S^{-1}(\xi_h)\, S(\xi_h) = g$, atunci din (35) 1)

$$\xi_{t} = S^{-1}(\xi_h)\, \alpha$$

Din expresia (36) a lui $S(\xi_h)$ și relațiile (6b) putem determina în cazul fără divizor elementar

$$S^{-1}(\xi_h) = \frac{1}{2}\, \xi_h + \frac{\psi}{2} \operatorname{cth} \frac{\varphi}{2} A_t^2 - \frac{\varphi}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} A_s^2 \tag{38}$$

de unde cu (17), (18)

$$\xi^{\mu}_{tr} = (\sin^2 \varphi + \operatorname{sh}^2 \psi)^{-1} \Big\{ (\operatorname{ch} \psi + \cos \varphi) \Big[\Big(\frac{\varphi}{2} \operatorname{cotg} \frac{\varphi}{2} \operatorname{ch} \psi - \frac{\psi}{2} \operatorname{cth} \frac{\varphi}{2} \cos \psi \Big) \delta^{\mu}_{\nu} +$$

$$+ \Big(\frac{\psi}{2} \operatorname{cth} \frac{\psi}{2} - \frac{\varphi}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \Big) \frac{\Lambda^{\mu}_{\nu} - \Lambda^{\mu}_{\nu}}{2} \Big] - \Big[\frac{1}{2} (\varphi \operatorname{sh} \psi + \psi \operatorname{sh} \varphi) \frac{1}{2} \varepsilon^{\rho}_{\nu\lambda\rho} \Lambda^{\lambda\rho} + (\varphi \sin \varphi +$$

$$+ \psi \operatorname{sh} \psi) \frac{\Lambda^{\mu}_{\nu} - \Lambda^{\mu}_{\nu}}{2} \Big] \Big\} \alpha^{\nu} \tag{39}$$

Cînd Λ are divizori elementari, din (22) găsim rapid

$$S^{-1}(\xi_h) = g + \frac{1}{2}\, \xi_h + \frac{1}{12}\, \xi_h^3 \tag*{(e)38}$$

Folosind (e17), (e18) ajungem la

$$\xi^{\mu}_{tr} = \left[\frac{5}{6}\, \delta^{\mu}_{\nu} - \frac{1}{6} \Lambda^{\mu}_{\nu} + \frac{1}{3} \Lambda^{\mu}_{\nu} \right] \alpha^{\nu} \tag{e39}$$

2. *Structura transformărilor Lorentz neomogene*

Din (7) și (36) respectiv (e14) și (e36) putem scrie acțiunea generală a transformărilor Lorentz neomogene:

$$(\alpha, \Lambda) x = - A_s^2 \left(\cos \varphi x + \frac{\sin \varphi}{\varphi}\, \xi_t \right) + A_t^2 \left(\operatorname{ch} \psi x + \frac{sh\, \psi}{\psi}\, \xi_{tr} \right) + A_s \Big(\sin \varphi\, x +$$

$$+ \frac{1 - \cos \varphi}{\varphi}\, \xi_{tr} \Big) + A_t \left(\operatorname{sh} \psi\, x + \frac{ch\, \psi - 1}{\psi}\, \xi_{tr} \right) \tag{40}$$

respectiv

$$(\alpha, \Lambda_e) x = x + \xi_t + \frac{1}{2}\, \xi_e^2 \left(x + \frac{1}{3}\, \xi_t \right) - \xi_e \left(x + \frac{1}{2}\, \xi_{tr} \right) \tag*{(40)}$$

---

1) Atragem atenția că deși $S(x) = (-x)^{-1} (e^{-\alpha} - 1)$ pentru $x \neq 0$, pentru matricea ξ în general nu avem voe să scriem o asemenea expresie, deoarece $\det \xi = 0$ pentru $\varphi\psi = 0$.

În general nici φ nici ψ nu este nul. Atunci să definim

$$x_o = \left(\frac{1}{\varphi} A_s - \frac{1}{\psi} A_t\right)\xi_t \tag{41}$$

cu următoarele proprietăți care rezultă din (6b)

$$A_s\ x_o = \frac{1}{\varphi} A_s^2\ \xi_t ; \qquad - A_s^2 x_o = \frac{1}{\varphi} A_s\ \xi_{tr}$$

$$A_t\ x_o = -\frac{1}{\psi} A_t^2\ \xi_t ; \qquad A_t^2\ x_o = -\frac{1}{\psi} A_t\, \xi_{tr} \tag{42}$$

Din (10) deducem cu (41), (42), (7) :

$$(\alpha,\ \Lambda)x = x_o + \Lambda(x - x_o) \tag{43}$$

Relația arată că (α, Λ) acționează ca o transformare Lorentz omogenă Λ cu centrul în punctul x_o (fix sub acțiunea ei).

Situația se complică dacă φ (*sau* ψ) este zero: Pentru $\varphi \neq 0,\ \psi = 0$ definim

$$x_{os} = -\frac{1}{\varphi} A_s\ \xi_{tr} \qquad \frac{1}{\varphi} \cdots \tag{41a}$$

iar pentru $\varphi = 0,\ \psi \neq 0$ definim

$$x_{ot} = -\frac{1}{\varphi} A_t \xi_{tr} \tag{41b}$$

Punem (40) sub forma

$$(\alpha,\ \Lambda)x_{os} + \cos\ \varphi[(- A_s^2)x - x_{os}] + \sin \varphi A_s[(- A_s^2)x - x_{os}] + A_s^2\,(x + \xi_t) =$$

$$= x_{os} + R_{t3}\,(\varphi)[(- A_s^2)x - x\ ] + A_t^2\,(x + \xi_{tr}) \tag{44a}$$

respectiv

$$(\alpha\,\Lambda)\ x = - A^2(x + \xi_{tr}) + x_{ot} + \text{ch}\ \psi[A^2\ x - x_{ot}] + \text{sh}\ \psi\ A_t\,[A_s^2 x + x_{ot}]$$

$$= - A_s^2\,(x + \xi_{tr}) + x_{ot} + \Lambda_3\,(\psi)\,[A_t^2\ x - x_{ot}] \tag{44b}$$

În aceste două cazuri avem o rotație (rotație hiperbolică[1]) a unuia din planele invariante față de Λ în jurul unui punct al său și o translație în planul complementar. Astfel (α, Λ) reprezintă o mișcare „elicoidală" dacă

$$\varphi = 0 ; \quad \psi = 0 ; \quad A_t\ \xi_{tr} = 0$$

sau

$$\varphi = 0 ; \quad \psi = 0 ; \quad A_s\ \xi_{tr} = 0$$

---

[1] pentru orice vector v și tensor antisimetric A avem $v \perp Av$ din (6a-b) rezultă că x, $(- A_s^e\, x) - x_{cs}$, $A_s\ (x - x_{as})$ sînt în planul generat de $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, et.

și o rotație pură (transformare Lorentz specială) dacă

$$\psi = 0\,; \qquad \psi = 0\,; \qquad A_t\,\xi_t = 0$$

$$\varphi = 0\,; \qquad \psi = 0\,; \qquad A_s\,\xi_t = 0$$

Cazul $\varphi = \psi = 0$ cînd Λ nu are divizori elementari este trivial: $(\alpha, \Lambda$ se reduce la translația pură $(\xi_{tr}\,g)$.

Cînd Λ are un divizor elementar, (e40) nu dă nimic interesant. Cîteva concluzii însă se pot trage direct din proprietățile transformărilor Λ_e:

— În planul generat de v_1 și v_e avem o translație pură.

— Nu există nici un punct fix: ecuația $\alpha + \Lambda_e x_o = x$ nu are soluții din faptul că $+1$ este o valoare proprie a lui Λ_e rezultă det $(1 - \Lambda_e) = 0$.

3. *Interpretarea parametrilor exponențiali ai translațiilor*

Scriem pentru un subgrup uniparametric [deci $\xi_h(\mathrm{a}) = \mathrm{a}\,\xi_h(1), \xi_{tr}(a) = a\,\xi_{tr}(1)$] cuadrivectorul de poziție al imaginii originii coordonatelor prin transformarea Lorentz neomogenă (α, Λ) $(\xi_h\,(a)\,;\ \xi_t\,(a))$; cf. (40), (e40):

$$\alpha(a) = \Big[-\frac{\sin\,(a\varphi(1))}{\varphi(1)}\,A_s^2\,(1) + \frac{sh\,\,(a\psi(1))}{\psi(1)}\,A_t^2\,(1) + \frac{1-\cos\,(a\varphi(1))}{\varphi(1)}\,A_s\,(1) + \\ + \frac{ch(a\psi\,(1))-1}{\psi(1)}\,A_t\,(1)\Big]\,a\,\,\xi_{tr}\,(1) \tag{45}$$

sau

$$\alpha(a) = \Big[g - \frac{\mathrm{a}}{2}\,\xi_e\,(1) + \frac{\mathrm{a}^2}{6}\,\xi_e^2\,(1)\Big]\,a\,\,\xi_{tr}\,(1) \tag{e45}$$

Prin derivări găsim în ambele cazuri

$$\left.\frac{d\,\alpha(a)}{da}\right|_{\mathrm{a}=\mathrm{o}} = \xi_{tr}\,(1) \tag{46}$$

Relația ne arată că ξ_{tr} dă „direcția de pornire“ (tangenta traiectoriei în $\alpha = 0$) a originii coordonatelor pe traiectoria descrisă de aceasta dacă transformarea Lorentz neomogenă (α, Λ) se realizează ca o succesiune de transformări infinitezimale. La aceeași concluzie ajungeam dacă scriam funcția exponențială din (29) ca o limită:

$$M(\alpha, \Lambda) = \lim_{\mathrm{n}\to\infty} \left(\begin{array}{c|c} 1 - \frac{1}{\mathrm{n}}\,\xi_h & \frac{1}{\mathrm{n}}\,\xi_{tr} \\ \cdots\cdots\cdots & \cdots \\ 0\;\;0\;\;0\;\;0 & 1 \end{array} \right)^{\mathrm{n}} \tag{33'}$$

BIBLIOGRAFIE

1. E. P. Wigner: Ann. Math. 40, 149 (1939)
2. P. Rastall: Nucl. Phys. 57, 191 (1964).
3. J. L. Synge: Relativity. The Special Theory. (North-Holland Publ.) Phys. Rev. 134, B882(1964) ;
4. ГАНТМАХЕР: Теория матриц (наука 966 Москва)
5. St. Weinberg: Phys. Rev. 135, B1049(1964) ; Phys. Rev. 138, B998(1965 ;
6. J. N. Chahoud şi G. Russo: Nuovo Cim. 40, 319 (1965)

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ В ОДНОРОДНОЙ И НЕОДНОРОДНОЙ ГРУППЕ ЛОРЕНЦА

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

На основе результатов сделанного Вигнером анализа (Ann, Matl. *40*, 149(1939) структуры собственных ортохронных однородных преобразований Лоренца разрабатывается экспоненциальная параметризация собственных ортохронных (однородных и неоднородных (преобразований Лоренца; изучается структура неоднородных преобразований Лоренца. Занечается связь между собственными векторами одного класса однородных преобразований Лоренца и калибровочными преобразованиями.

EXPONENTIAL PARAMETERS IN THE HOMOGENOUS AND INHOMOGENOUS LORENTZ GROUP

ABSTRACT

Based on the results of Wigner's analysis (Ann. Math. 40, 149)(1939) of the structure of proper orthocronous homogenous Lorentz transformations the exponential parametrization of proper orthochronous (homogenous and inhomogenous) Lorentz transformations is worked out ; the structure of inhomogenous Lorentz transformations is studied. A connection is remarked between the characteristic vectors of a class of homogenous Lorentz transformations and the gauge transformations.

THE GROWING KINETIC OF THE A.D.P. SINGLECRYSTAL (FROM SOLUTION) IN STATIC REGIME AND AT NORMAL pH

N. HANGEA and H. V. ALEXANDRU

1. Introduction

Although the properties of the crystals are intensely studied and the growing technic is known, the growing Kinetic, the determination of the constants and the supplementary phenomena (the specific ones) are not exactly known for many a crystal. During the last time, great efforts are made in this problem, owing to the fact that it is necessary to check up and to establish some theories of growing which ought to include all the parametres. On this basis, knowing the constants of growing, it is possible to transform the „art of growing crystals" in a science of growing crystals.

2. The A.D.P. singlecrystal

According to Subnicov, it belongs to the tetragonal scalenoedric class $L_4^2 2L_2 2P/_4$ m. Its usual habit is a tetragonal prism ending in two pyramids (fig. 1). Depending on the growing conditions and especially on the pH of the mother solution the ratio of the dimensions along Z and X (or Y) axis may vary. According to Bîteva's results (1961) at pH values varying in the limits 0.5—6.3, this ratio varies between 3 and 1. In our conditions, at a normal pH (τ sat = 60°C) the value of this ratio (the mass of the crystal being of the order of 30—50 g) can rise above 3.

The trivalent ions (Fe, Cr) have a great influence on the habit and especially on the effilation[1] phenomenon.

The stirring of the solution (particularly at the surface of the crystal) has a great importance upon the quality and the velocity of growing [10], [9] and [1].

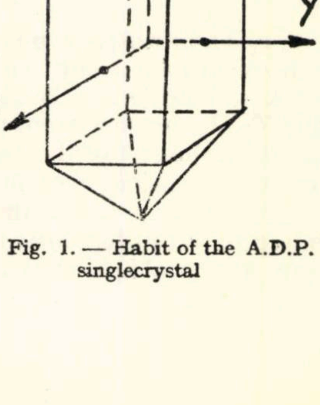


Fig. 1. — Habit of the A.D.P. singlecrystal

---

[1] **„effillation" or taper of singlecrystal**

3. The solubility curve

The existing data are not complete at normal pH, those presented in paper Nr. [10] being rather rough (the solubility curve is identified with a straight line).

The solubility curve that we have used was drawn on a graphic according to the data of Seidell [11] with a precision of 0.1 g in several variants between 20° and 80°C. We chose afterwards the most probable variants and tabelated the values at temperatures between 48 and 62°C. (The working field = 50 60°C). Identifying the curve with a parabola, we determined the coefficients by the least squares method. We obtained the expression:

$$C_{(\tau)} = 28.87 + 0.323\,\tau + 0.00952\,\tau^2;\ 48 < \tau < 62) \qquad (1)$$

where: $C_{(\tau)}$ represents the concentration expressed in grams at 100 cm³ H_2O, and τ the temperature in Celsius degrees. Equation (1) satisfies the previous tabelated, data according to the graphic with a precision better than 0.1 g. The analytical curves of this kind are useful for the operations of preparing the solutions and for supersaturation control.

4. The supersaturation of the solution

It was expressed as follows:

a) In tenths of Celsius degrees (with the indication of the mean working temperature);

b) As the reduced supersaturation, in grams of substance in excess at the corresponding temperature, compared to the saturation temperature considered for 100 cm of initial solvent;

c) The relative supersaturation was expressed as a rate of the reduced supersaturation compared to the concentration $C_{(\tau)}$ at the corresponding temperature.

The first two notions can easily be bound by means of the derivation $\frac{d}{dt}C_{(\tau)}$, of the curve $C_{(\tau)}$ calculated at the corresponding τ.

5. Determination of the saturation temperature

a) The strioscopic method [5] was used, relied on the study of the growing or dissolvation currents which are forming round the crystals. In special conditions, following the Covalevschi (1957) method, may be obtained a precision of 0.05°C. In our conditions the precision of 0.1°C was satisfactory. It is possible that the adjusting of the Zernicke Method (1934) to this problem could highly grow the precision, even in common conditions [5].

b) By using a weighing method one can obtain a satisfactory precision, limited only by fluctuation of temperature of the thermostatic system. This means the establishing of the temperature at which the mass of the crystal does not vary any more. (This method may be applied even in the case when there are parasitic seeds).

The settlement and control of supersaturation are achieved by means of temperature. In the case when at a given temperature there are no parasitic seeds, supersaturation is easily determined. by knowing the initial temperature of saturation and its sliding, owing to the growing of the crystal mass.

6. Device

We made our thermostatic system by using a 10 litres wessel with permanent agitation. Inside was another vessel containing the growing solution (2—3 litres). The crystal was suspended in the solution with a nylon thread tied to one of the analytic balance scale, modified to this purpose.[1]

The electric system was designed in such a way that upon the heater, a background tension was applied. The thermostatic control was established by a feeble tension, checked by a contact thermometer through the relay. The precision of the temperature maintainance in the shirt of the thermostatic system (distilled water) was of $\pm 5.10^{-2\circ}$ C, while inside the growing solution it was better than the reading precision of $\pm 2-10^{-2\circ}$ C. The precision was rised by the use, during the measurements, of a relay with instantaneous action.

6. *The solution* prepared with bidistilled water was superheated to some dozens of degrees over the saturation temperature.

The filtration was made with a shaft tube and cantitative paper and in particular cases by the means of a device with a G4 filter under pressure, directly connected to the growing vessel. During these operations the saturation temperature proved to be liable to feeble variations; therefore the saturation temperature was determinated at the beginning of each growing, as shown at 5-a. The crystal growing was accomplished by maintaining the supersaturation between limits depending on the growing conditions until a determined mass was achieved, when a series of measurements were made.

7. The principle of the method

Several proceedings are described in papers as to the determination of the crystal mass whithout a perturbation in the growing regime. These methods are essentially based on the determination of the linear growith parameters. As regards our case these methods have not a satisfactory precision.

The measuring method of the apparent mass of the crystal which we used proved itself of great precision (2.10^{-4} g). In the case of crystals with concrescences, or whose form is difficult to calculate, this method seems to be the only one, which can be applied.

---

[1] The precision of the analytic balance was $\pm 10^{-4}$ g.

The relation between the real and the apparent (measurable) mass is:

$$m = \frac{1}{1 - \frac{\rho_{sol.}}{\rho_{cr.}}} m_{ap.} = k_{\tau, \tau sat.} m' \tag{2}$$

where ρ = the density and k = a complicate function depending directly upon temperature, and by means of ρ_{sol}, depending likewise upon the saturation temperature. Theoretically, for the determination of kone can construct proper nomograms. Practically it only depends upon τ_{sat} (with a precision better than 1%).

The determination of k is achieved at the end of the measurement series, knowing the real and the apparent mass.

All the measurements are carried out on the apparent mass of the crystal in dependence of supersaturation. The graphic $m_{ap} = m'_{(t)}$ is plotted at known supersaturations. The coefficient of this curve represents the velocity of growing of the crystal mass. On a distinct graphic these values are plotted in respect to the supersaturation $\Delta\tau$ defined as indicated in 4-a. Graphics similar to those presented in figure 2, are obtained.

Supposing that the crystallisation cinetics is obeing the following law:

$$\frac{dm}{dt} = KS(\Delta C)^r \tag{3}$$

where S = the crystal area, ΔC = supersaturation r = the order of the crystallization reaction, we obtain:

$$\frac{dm'}{dt} = \frac{1}{k}\frac{dm}{dt} = \frac{K}{k} S(\Delta C)^r \tag{4}$$

The crystal area is finally determinated with a weighing method (a homogenous paper sheet with an area equal to the crystal one, and a standard surface is used). At different times the value of this area varies simultaneously with the crystal mass so that practically this value cannot be determinated without perturbing the growing regime. Supposing nevertheless that the habit of the crystal does not vary during the measurements (10—20 hours) the crystal area can at any moment be determinated:

$$S_{(t)} = \left(\frac{m'_{(t)}}{m'_f}\right)^{2/3} S_f \tag{5}$$

As far as the habit factor does not vary, the formula may be extended. The reproductibility is of the order 2%—3%. For crystals showing concretions (misoriented splinters) the error is generaly greater. This fact does not affect the kinetc determinations, but it does affect the value of the constant K, whose value is maintained within the limits of usual errors.

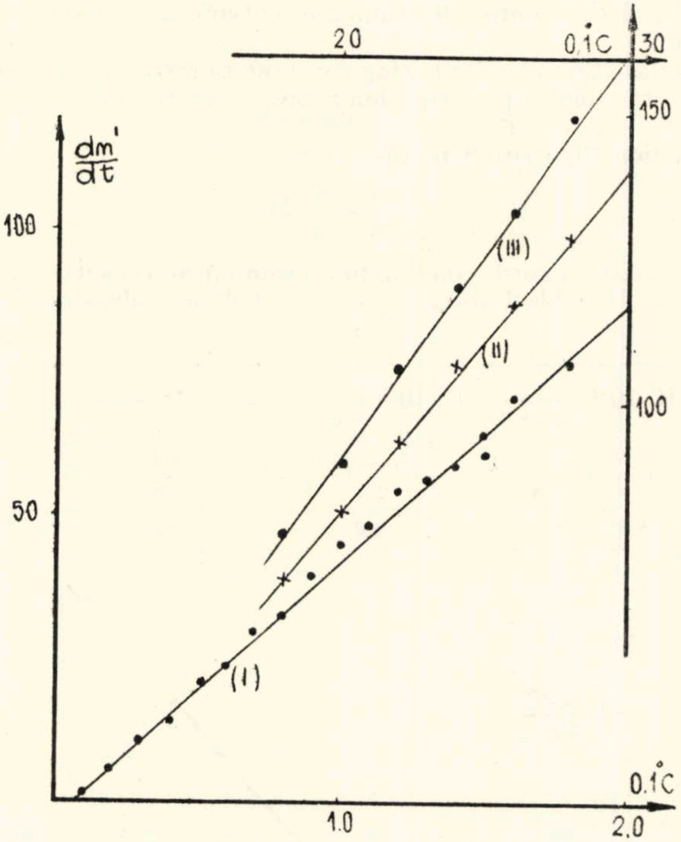


Fig. 2. — The growing velocity of the apparent mass, for supersaturation rate expressed in degrees I — The 0—2°C zone (left, underneath); II — The 2—3 zona, uncorected (right, above); III — The same, items corrected according to the eq. (5).

8. Results

Our determinations were made in static regime within the limits of a temperature between 52—60° and at normal pH, using reagent grade p.a. materials.

The graphic of the function $\frac{dm'}{dt} = f\ (\Delta C)$ proves the fact that the A.D.P. single crystal in the above mentioned conditions has a first order crystallisation reaction (as defined by Marck [6]), for supersaturations till 2°C. (2, 8gramms on reduced, or $3.8.10^{-2}$ on relative scale). Bwetween 2 and 3° C the linearity is maintained, but the growing constant K is increased to approximate 30%.

Between 3 and 4° C, control determinations [1] show an increase of the constant up to 100%,

This variation of the growing constant shows a possible deviation from linearity in the high supersaturation zones, as related in the lattest Benema's works [4].

Equation (3) written in the form:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{K}{\rho}(\Delta C)^r \tag{6}$$

provides a constant corresponding to a mean linear velocity of growing of the singlecrystal. In table I there are represented the values of K for the three

Table I

τ (°C)	$K.\,10^{+3}\ \frac{g}{h.cm^2.°C}$	$K.\,10^{+3}\ \frac{g}{h.cm^2 g.r}$	$K.\,10^{+1}\ \frac{g}{h.cm^2}$	$\frac{K}{\rho_{cr}}.\,10^{+1}$ cm/h
0 — 2	2,45 — 2,60	1,75 — 1,9	1,45	0,8
2 — 3	3,1 — 3,5	2,4	1,9	1,05
3 — 4	5,5 — 5,9	4,0	3,2	1,8

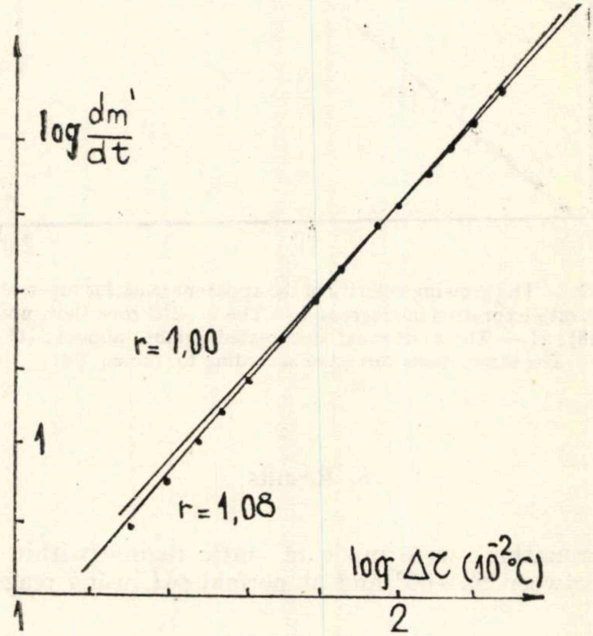


Fig. 3 (I).

---

[1] At supersaturations surpassing 3°C the crystal is quickly getting inclusions, which may affect the growing phenomena.

ways of expressing of supersaturation (4 abc) and the values K/ρ for a relative supersaturation in $\% \times 100$ (time in hours).

On the $\frac{dm'}{dt} = f(\Delta C)$ diagram there may be observed (fig. 2, curve 1) in the origine, a deviation which may attain 0,08 C. An error of the measurement of the saturation level is possible, but it exceeds the errors given by the maintaining and the measuring of temperature.

Plotting the relation (3) in logarithmic coordinates, this deviation gives a slight growing of the slope of the curve (r). Excepting the first 0,4°C next the origine (where precision is likewise sinking), the slope is generally 1.08. The deviation exceeds a little the highest tolerable errors as to our device.

The variation of the value of constant K even within the first 2 degrees limits (where linearity is practically observed) is possible, owing to the following fact : the growing velocity in the directions Z and X (or Y) is different. According to the data of Bîteva [2], at constant pH this variation may be of 20% even in dynamic regime. Considering that K in (3) shows a ponderated mean, value according to the size of the two tipes of area of the crystal, its value will be affected by the variation of the rate of this two areas.

In this mediated form, the constant K is able to provide cantitative data as to the practical growing of the A.D.P. singlecrystal in static regime and its comparison to the growing data of other singlecrystale.

CONCLUSIONS

1° În static regime at normal pH (55—60°C), and supersaturations until 2°C, the A.D.P. singlecrystal, crystalization reaction is of first order. The diffusion phenomena are controlling the growing process.

2° Between 2° nd 3°C, though the linearity of the growth velocity with supersaturation is maintained, the growing constant K increases by about 30%.

3° For supersaturations higher than 3°C a deviation from linearity may be observed. Between 3 and 4°C, controlling determinations prove an increase of constant K with about 100%. This deviation from linearity can be explained by the decrease of the influence of difusion (possibbly owing to agitation given by the currents of growing), or by a specific growing phenomena observed at hig hsupersaturations (the rapid increase of the growing velocity in the directions X and Y).

4° At very low supersaturations, until 0.05—0.08°C (approaching the limits of the experimental errors) no growing of the crystal (according to graphics) may be observed.

5° The evaluation of the growing constant K in static regime makes possible the accurate determination of equation (3) and its use for practical purposes of growing of singlecrystals.

Physics Departement Pedagocic Institute 90 Panduri, Bucarest, Romania

REFERENCES

[1] „The Art and Science of Growing Crystals" J. Gilman, Editor (pp. 194 P.H.Egli and L.R. Johnson), New York, London 1963.
[2] I. M. Bîteva: „Rost Kristallov" III, 79, Moscow 1961.
[3] I. M. Bîteva: „Rost Kristallov" V 219, Moscow 1965.
[4] P. Bennema: „Phys. Stat. Sol." 17.555 (1966), 19.211 (1967)
[5] G. Bruhat" „Cours d'Optique" Masson, Paris 1959.
[6] H. E. Buckley: „Cristal Growth" N. Y. John Wiley" London, Chap. Holl, 1954.
[7] J. D. Jenkins: „The Journal Am. Chem. Soc." 47(1), 903—922 (1925)
[8] V. A. Konţik, „Rost Kristallov" I, 359, Moscow 1957.
[9] A. E. Robinson: „Disc. Farad. Soc." 5, 315 (1949)
[10] C. Walker: „Journal of the Franklin Institute" 250, 481, 1950
[11] Seidell: „Solubilities", I, NY, 1953
[12] A. G. Worthing, J. Geffner: „Treatment of experimental data", NY – London 1943.

КИНЕТИКА РОСТА МОНОКРИСТАЛЛА АДР (из раствора) ПРИ ПОСТОЯННОМ РЕЖИМЕ И В НОРМАЛЬНОМ pH

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В этой работе представляется скоростной метод определение постоянной роста и порядка реакции кристаллизации одного монокристалла при стационарном режиме.

Измерение были проведены при нормально pH для кристалла АДР при температурах между 55° — 60°C. Реакция кристаллизации в нормальных перенасыщениях представляет собой реакцию первого порядка.

CONTRIBUTIONS TO THE PROBLEM OF THE GROWTH OF A.D.P. SINGLECRYSTAL FROM SOLUTIONS

H. V. ALEXANDRU and N. HANGEA

1. Introduction

During the growth process of A.D.P. singlecrystal in static regime, we made a large number of observations which have been published separately [15]. In order to complete them, other experiments in dynamic regime (50—70°C) were made. The main phenomena observed were the variation of the habit (efilation), inclusions, veils, misoriented chips, steps on the crystal surface; all these in relation with supersaturation in growing regime (for long duration, about 20 days) and at quick large variations of supersaturations (of the order of 4°C)

2. Growth of A.D.P. singlecrystal in dinamic regime

A planetary rotation mechanism, and the thermostatic system described in the mentioned paper [15] were used. The mechanism was acted by a synchronous electric motor through a speed reducing gear in steps (50—150 r.p.m.). The proper axis of the crystal had a revolution something greater than the principal leading axe (10%). The seed was attached to his support (glass road) with the aid of a PVC tube, so as to touch the surface of the solution, allowing the developping of only half a crystal. Its length could be measured with a cathetometer (whose precision was 5.10^{-2} mm).

The period of growing of a crystal of 30—40 g in dynamic regime was nearly four times shorter than in static regime.

In dynamic regime the following fact was observed: after the seeds regeneration (faces formation) followed a period when the growth velocity in Z direction was strikingly greater than in X or Y direction. We called this aspect „the shape formation period". Afterwards the growth is balanced and the crystal becomes narrow at the top. „The shape formation period" is a rising function of the cross section of the seeds. It lasts until the dimension in Z and

X directions is a determined ratio (in our experiments 2.5—3.0). It is to notice that for a normal crystal (with two ends) Bîteva [2] has obtained 2.8.

All observations were made with the naked eye during the growth of crystals (the thermostatic system is wholly transparent). The special lamps with narrow pencil of rays were used.

3. Inclusions

Are occuring most frequently on the pyramidal faces and on the previously dissolved edges. They have not a continuous aspect, but a lamellated one, stratified, directed after the corresponding faces of the pyramidal tops. In growth conditions similar to those present when clear crystals were obtained, the crystals which had inclusions at the beginning perpetuate them, creating opacity along Z axis. Inclusions may be associated with tapering but not in all cases (Fig. 1). In such cases they may alter the axial symmetry of the pyramidal top. Usually their width tends to extend during the growth. In any case the setting up, extent and disappearance of these inclusions are strongly related to supersaturation and stirring. They can be avoided from the beginning if seeds regeneration takes place at low supersaturation (0.1—0.2°C) and lasts a sufficiently long time.

According to Walker [14] and Egly and Johnson [1], if supersaturation is rised immediately after the introduction of the seeds in the solution, a series of veilshaped inclusions are forming, after which crystals are growing clear (in reversible rotary motion regime). In our experiments in staic as well as in dynamic regime, with the strict observance of the regeneration period (extending from several, to some tens of hours) it was obtained the assimilation of seeds without veils or inclusions. Results depend generally on seeds (shape, ruggedness of faces and previous dissolution degree). The regeneration of bigger seeds or of crystals once drawn out and afterwards reintroduced in the solution takes place more hardly that their dimensions are bigger or present differences as to their normal growth shape.

If during the normal growth supersaturation is accidentally increased above the „critical growth rate", inclusions and veils may appear. The maintenance of such conditions leads to the establishment and extent of inclusions and finaly to the deterioration of the crystals. Recovery is obtained by lowering the supersaturation for a sufficiently long time. Inclusion may reappear on the same faces and in the same places as the previous ones.

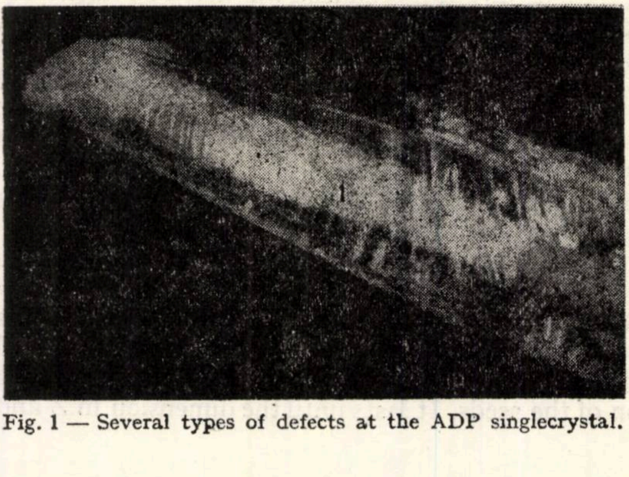


Fig. 1 — Several types of defects at the ADP singlecrystal.

Once formed on a crystal, inclusions cannot be driven out by no means. Attempts to dissolve them leads to the dissolution mainly of the edges and subsequently by growth, the formation of inclusions and even of veils on the whole crystal.

4. **Taper** *(efilation)*

From the morphological viewpoint, the taper of singlecrystal is equivalent to the formation of supplementary faces of higher order [5]. Our experiments showed for Seignette Salt single crystals, that supplementary faces appeared on little and on large crystals in dynamic and in static regime, only when the regime supersaturation is low .Similarly A.D.P. singlecrystals taper after the „formation period" and just for regime low supersaturation (below 0.6°C).

The tapering angle can very. Bîteva [2] showed that it varies in certain stirring conditions. Our experiments showed that it depends on supersaturation. At low supersaturations the faces of the prism tapered strongly. At somewhat greater supersaturations taper does not occur and the crystals are more isometric.

In papers [2], [10], [14], it is shown that Cr, Fe, Al ions affect taper during growth. In the case of KDP singlecrystal [9] the authors show that the growth even in pure solutions leads to taper and afterwards growth is practically stopped.

In our case these phenomena are quite similar. They appear clearly in dynamic regime after the so-called by us „formation period", when the growth velocity along Z axis diminishes. In this case taper takes place and meantime in the midst of the crystal misoriented chips are appearing which are multiplying and extending to the pyramidal ends. The increasing of supersaturation compensates only partially singlecrystal taper, but in the same time multiplies the misoriented chips.

5. **Misoriented chips** (splints)

These defects usually appearon crystals of 2—3 cm, in static as well as in dynamic regime, in the middle of the prism faces. They do not appear on the tapered faces (Fig. 1) and on the crystal in the „formation period". There are frequently observed splints whose axis have a deviation from Z axis of the crystal in the prismatic area of the face, and chips which raise their tops outside the crystal body (like a twin

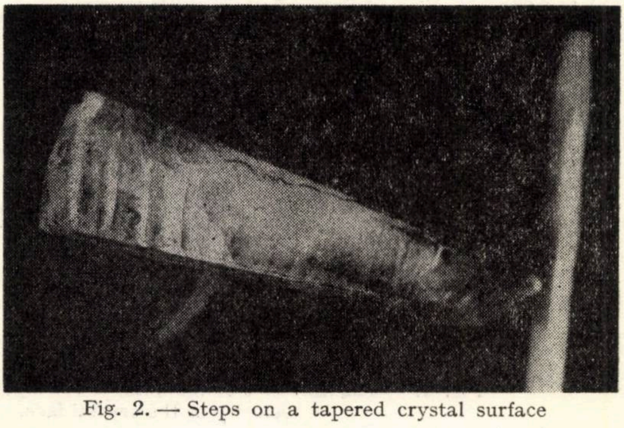


Fig. 2. — Steps on a tapered crystal surface

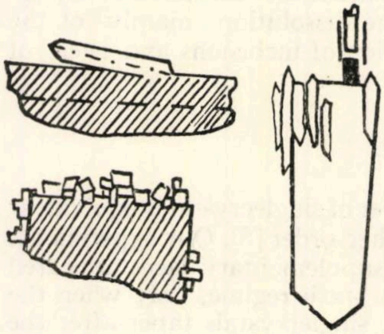


Fig. 3.—Longitudinal and transversal section through a crys talwith chips (left) ; the manner in which the crystal is attached to its support (right).

one). (Fig. 3). Prolonged rowth in this regime leads to overlapping misoriented chips, similar tose staircas.

Usually, chips cause the partial loss of the transparency, as well as strains and cracks and in this sense they can be considered as defects.

In static regime chips arise mainly on the upper faces of the crystals. In dynamic regime they arise after the „formation period" and determine an accentuated growth velocity of the respective faces (Fig. 4). For crystals of 20—40 g in weigth, the distance ratio of the support axis to the opposite paralel faces (in cross section) is usually 1 : 2, 1 : 3. The appearance and development of chips cannot be prevented, but it may be in some measurechecked by an adequately lowering of the supersaturation or by the intensifying of the stirring.

6. Steps (layers)

At supersaturations of 2°C on the tapered surfaces of the crystals, at a close observation in reflexion (sometimes even in transmission) steps are appearing. They have a round outline (concentric against a point situated somewhere in the centre of the crystal) or sinuous and sometimes irregular (indented). In the first case they seem to suggest the promotion of layers on the crystal surfaces (from the middle to the ends). Their spreading velocity is very reduced so that it is hard to distinguish if the motion is real. Nevertheless. it becomes clear that the distances between the steps are changed slowly

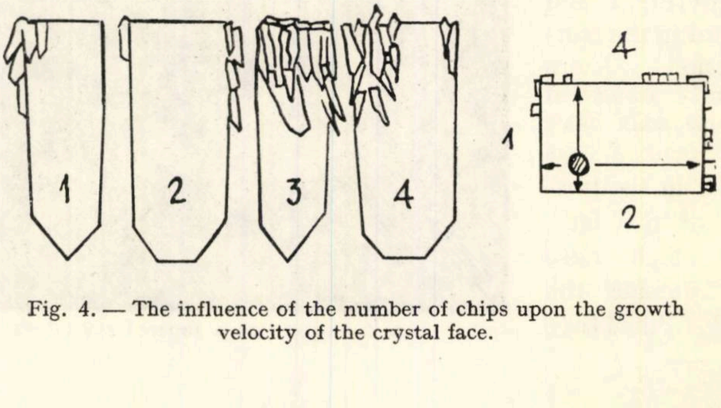


Fig. 4. — The influence of the number of chips upon the growth velocity of the crystal face.

Steps usually appear on the tapered faces (Fig. 1,2,5) and only at high supersaturations of the order of 3°C they may appear on the flat surfaces[1]. Yet, at such supersaturation there may be observed a thickening at the centre for all the crystals including the small ones, owing to the growth of the prism faces at the centre and this phenomenon is similar to a taper. In static regime, layers appear as circles and are forming especially on the upper and lateral faces. As to the faces situated below and a little inclined the borders of the layers take somewhat the direction of the growth flow. Most frequently these steps iradiate from a face to the contiguous one. The phenomenon is similar to Bîteva's observations [2] at A.D.P. crystals growth in solutions with impurities (threevalent ions).

Now we shall describe the manner in which a crystal in static regime (with a length of about 12 cm) which presents such steps evoluates when is firstly dissolved a little and afterwards supersaturation suddenly increased.

At a slight (0.5°C), in a strong light, the upper face of the crystal appears rough and somewhat opaque. Suddenly supersaturation was increased at 3°C. It was observed that in the areas which were rounded out by dissolving, now the edges had acquired fine inclusions. On the upper face the inclusions looked as in figure 5, disposed on the inner sides of the circular steps. At 4°C supersaturation, the growth flow in the solution is very strong (the crystal seems to fumigate). All its areas appear ondulated. The layers at first with circular border are quickly thickening and continue to be covered with inclusions. The borders of these steps become quickly sinuous (irregular), than laced and corrugated. At this stage we stopped, lowering the supersaturation because the crystal had begun to acquire defects which increased vertiginously. It is likely that maintaining this high supersaturation, steps would continue to thicken, to become jagged, producing lastly ordinary chips, in a great number and with inclusions.

In dynamic regime steps appear in the same conditions. Lowering the supersaturation in both cases steps tend to disappear and the faces to become smoother.

7. Discussions

The experimental works of Bunn and Emmet [5] proved that for certain ionic and strongly polar crystals growth is achieved by observable layers, of some hundreds or thousand Å thickness. According to these authors, in the case of KDP crystals [5] the layers are sufficiently thick in order to be observed under the microscope (using dark ground illumination) or observed in ordinary transmited light or in birefringent crystals (using crossed Nichols)

According to theoretically foresights [6], [8], [11] (as for the growth in vapours, which is supposed to have a similar mechanism to the one in solutions)

---

[1] At such supersaturations and higher ones, steps can have tde queeriest aspects; frequently it may be observed two rows of steps similar to miniatural mountain ridges, with winding valleys between them.

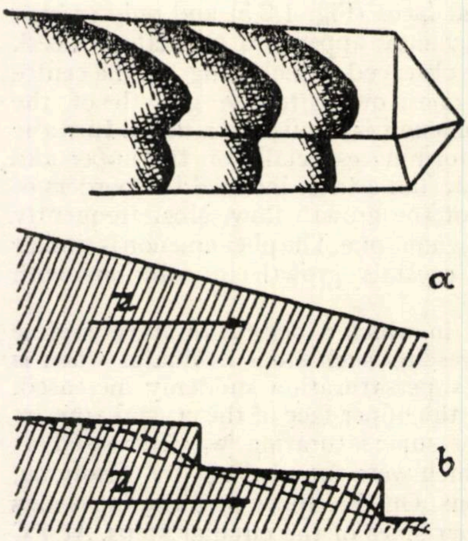


Fig. 5.—The formation of steps and inclusions upon the surface of t hesingle crystal (above). Tapered faces at low supersaturations (type a) and at high supersaturations (type b).

the report [5] shows that the layers are spreading from the centre of the faces. Their spreading velocity is inverse to the thickness of the respective layers. For this reason, the thinner layers extending quickly, overtake the thicker ones and accordingly are stpped.

In the general case, the faces with a high crystalographic indices (created in certain growth conditions or even artificially) tend to be eliminated from the crystal habit. Following [5] this fact may occur in two manners:

a) by an apparently straighforward growth;

b) by a process of breaking-up into the steps with low indices.

In our experiments for macroscopic ADP crystals, it was observed the tapered faces of both types" with areas of type a) at low supersaturations (below 1°C) and b) at higher supersaturations. The thickening phenomenon (evidenced by the creating of inclusions, as in Figure 5) attest the fact that we are dealing with a passing of the tapered faces of *a*) type in *b*) type — (possibly related to a change of the surface energy). Observations made on crystals grown in constant regime prove that faces of *a*) type can be maintained only at feeble supersaturations; the *b*) type faces have a relative stability at high supersaturations while at feeble supersaturations tend to pass again in the *a*) type.

In connection with the appearance of misoriented growths (splints) it is presumed [14] that they are caused by the growth on the crystal areas of certain seeds fallen in the solution.

C.W. Bunn (1932—1939) and Berg (1938) observed microscopic growth of crystals by interference. They showed that supersaturation varies arround the crystals and is lowered at the center's faces. It was not explained why the growth velocity of the crystallographic equivalent faces is different for the same supersturation conditions.

Frank (1949) formulated a growth theory based on screw dislocation model, which do not dissppear during the crystal growth. Following this theory, growth is possible without a two-dimension nucleation. So-called „twist boundary" (paper [8]) can appear built up as a network of screw dislocations. The distances between the dislocations, measured in molecular spacings determine the reciprocal angle of rotation between the two blocks. Molecular terraces can be stoppe behind such a fence. Accumulation of these give rise to visible terraces and then by a rise in supersaturation can be set free (growth go on).

Recent theory [11] that describes the appearance and evolution of micorscopic steps shows tht the macro-steps can appear at high supersaturations. These last steps are conected with screw dislocations of finite life.

For ADP singlecrystals our experiments showed thet nucleation can apper right from the start, when seeds are introduced in the solution or during the growth, when supersaturations is suddenly and quickly risen above the „critical growth rate".

Nevertheless, chips appear in determinated conditions even when these two usual cases are avoided.

Most likely it seems to be growth by screw dislocations and „twist boundary" that can produce macroscopical steps and chips. The appearance of visible steeps only at high supersaturations seems tu confirm this fact and is in concordance with [11].

Growth velocity fluctuations of equivalent faces, observed microscopicaly by C.W. Bunn [4], was also observed macroscopicaly (see Fig. 4). But if in the first case [4] it was not established the reason of fluctuations, in our case they were connected with the appearance of chips (defects). Indeed, it was found (expecially in dynamic regime) that the flat faces without visible defects had a growth velocity 2—3 times smaller than the others. This is in strict concordance with the unanimous recognised principles [7].

With regard to the „critical growth rate", as a rule, it is known [7] that it decreases with the extent of the crystal surface. Our experiments concerning the influence of supersaturation on various kinds of seeds (crystals) do attest this fac. The increase of the supersaturation to 4°C by instance, for a determinedtime (some tens of minutes) had a selective effect, namely crystals below 1 cm resisted well, getting of without visible defects ; the ones between 2 and 4 cm acquired light defects and became thick at the centre ; those over 5 cm practically suffered just like the principal crystal (of 8—12 cm). As for the A.D.P. crystals, these orientative data may be used in connection with the establishment of the growth regime (maintaining of the supersaturation following a preestablished programe) depending also on the crystal dimensions.

8. Conclusions

1. In static regime, at supersaturations below 1°C, crystals grow especially after a Z direction and tend to taper. Above this supersaturation they may grow also after X and Y directions and tend to form visible steps, especially on the tapered faces.

2. As a consequence, growths at supersaturations below 0,5°C lead to the formation of tapered crystals. At higher supersaturations, the growth is more equilibrated, and after the formation period, chips may appear at the centre of the nontapered faces of the crystals.

3. In dynamic regime (especially), after the „regeneration period" it is observed a „formation period", when the growth velocity in Z direction is greater. This formation period lasts until the dimensions ratio along Z and X (or Y) axis reaches a certain value.

4. The taper degree is function of supersturation. After the „formation period" the appearance of taper and chips is difficult to be avoided.

5. It is supposed that the misoriented chips and layers (steps) on the surfaces of the crystal are a consequance of growth by screws dislocations — according to Frank (8) and Mullins and Hirth [11] conceptions. The misorientation of chips may be owed to the so-called „twist boundary", like a network of screw dislocations.

6. It was established that the industrial growth methods of the ADP singlecrystal in successive stages is the most efficient one. It is indicated to use seeds with large section XY high supersaturations (close to the boundary of the „critical growth rate") and high temperatures with stirring. The observance of these rules and the strict use of the „formation period" avoids as well tapering as the formation of chips.

9. ACKNOWLEDGEMENT

We want to express with this occasion our sincere thanks to the Pedagogic Institute leadership and particularly to Professor Dr. Doc. A. Manolache for their help in the setting up and endowment of the laboratory for the growth of crystals.

REFERANCES

[1] „The Art and Science of Growing Crystals." J. J. Gilman Editor, pp. 194 P.H. Egli and L. R. Johnson. N. Y. London 1963
[2] I. M. Bîteva, „Rost Kristallov" III, 79, 1961, V 219, 1965 Moscow.
[3] H. E. Bucley, „Crystal Growth" N. Y. J. Witey, London Chap. Hall 1954.
[4] C. W. Bunn, „Disc. Farad. Soc.", 5, 132—144, 1949.
[5] C. W. Bunn, H. Emmet, „Disc. Farad. Soc."5, 119—132, 1949
[6] W. K. Burton, N. Cabrera, „Disc. Farad. Soc.", 5, 33—39, 1949
[7] P. H. Egli, S. Zerfoss, „Disc Farad Soc." 5, 61, 1949
[8] F. C. Frank, „Disc Farad. Soc.", 5, 48—54, 1949
[9] I. V. Gavrilova, L. I. Kuzneţova, „Rost Kristallov" IV, 85, 1964
[10] H. Jaffe, B.R.F. Kjellgren, „Disc Farad Soc." 5, 319, 1949
[11] W. W. Mullins, J. P. Hirth, „J. Phys Chem Solids", 24 (12), 1391—1404, 1963.
[12] A. E. Robinson, „Disc. Farad, Soc." 5, 315, 1949
[13] V. Sip, V. Vanicek, „Rost Kristallov", III, 265, Moscow, 1961.
[14] C. Walker, „Journal of the Franklin Institute", 250, 481—524, 1950
[15] N. Hangea, H. VAlexandru, „Growing cinetics of A.D.P. singlecrystal from solutions) in static regie and at normal pH." this volume pag. 27—34

Physics Departament, Pedagogis Institute. 90 Panduri, Bucharest, Romania.

ВКЛАД В ПРОБЛЕМУ ВЫРАШИВАНИЯ МОНОКРИСТАЛЛА АДП ИЗ РАСТВОРОВ

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В этой работе представляется синтез опытов, сделанных при выращивании монокристалла АДП из его растворов в стационарном и динамичном режиме.

Описаны главные появляющиеся деффекты указывается метод их удаления или уменьшения.

MODIFICATION DES CARACTÉRISTIQUES DE LA PILE DANIELL-IACOBI SOUS L'ACTION DES ULTRASONS

V. P. MIHU et I. GAVRILĂ

1. Introduction

L'action des ultrasons sur les solutions des éclectolytes est étudiée par une série des auteurs qui mentionnent l'augmentation de la conductibilité électrique des solutioqs ultra-sonée [1] ; cette croissance reste longtemps assez grande par rapport à la conductibilité de la solution de référence après l'arrêt de l'action ultra-sonique [2—3]. La croissance de la conductibilité électrique est attribué à la décomposition des molécules de l'eau en des hydroxyles de valance libre et des atomes de hydrogène [4—6] qui ont une grande capacité réactive.

Par les recherches expérimentales effectuées sur les potentiels d'électrode [7] et sur certains piles galvaniques on constate que l'action des ultra-sons produit de fortes dépolarisations, qui sont aussi conservées après l'arrêt de l'irradion ultra-sonique. Certains auteurs tirent la conclusions que ces phénomènes se passent ainsi parce que, dans les solutions des électrolytes, sous l'action des ultra-sons, se produisent des molécules ionisées et des ions en états énergétiques supérieurs aux états normaux ; ce fait mène à la modification de leur activité et cette situation se manifeste aussi, pour les piles galvaniques, par la croissance de la tension électromotrice (t.e.m.) et par l'obtension des tensions de décharge plus grandes [8].

2. Procédé expérimental

Dans ce travail on a été effectué une étude expérimentale relatif à l'effet du champ ultra-sonique sur la variation de la t.e.m et de la tension de décharge de la pile Daniell-Iacobi avec des solutions constituantes soumises à l'action ultra-sonique.

On a été utilisé une pile galvanique Daniell-Iacobi avec des solutions de concentrations 0,1 n $CuSO_4$ et 0,1 n $ZnSO_4$. La mesure de t.e.m. a été faite par un milivoltmètre type TWKP (précision 10^{-4}V) et un galvanomètre type MG-2. La pile Weston a été utilisée comme étalon.

Le champ ultra-sonique a été produit par un génerateur piézoélectrique (fréquence 1 MHz), avec des intensités limitées par 0,66 et 3,3 W/cm^2 pendant des intervalles 7 — 9 minutes.

3. Résultats expérimentaux

3.1. *Modification de t.e.m. de la pile*

a) Les solutions constituantes de la pile étudiée ont été soumises initialement à l'action du champ ultra-sonique de diverses intensités pendant 9 minutes. Pour comparaison on a été utilisée une pile identique avec des solutions non-irradiées par la champ ultrasonique.

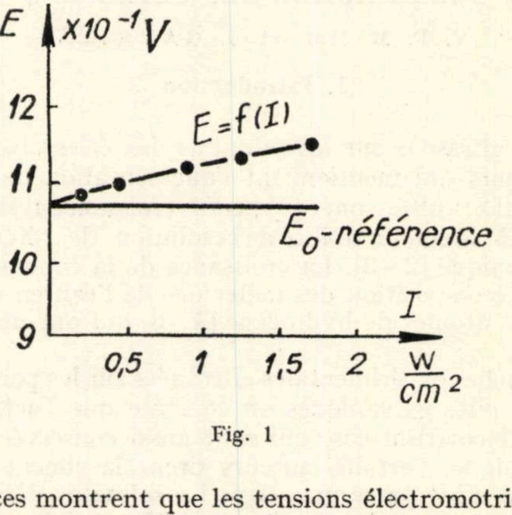


Fig. 1

Les expériences montrent que les tensions électromotrices des piles avec de solutions ultra-sonées sont plus grandes que celle de la pile de référence; la croissance de la t.e.m. est fonction de l'intensité du champ ultra-sonique appliqué aux solutions correspondantes (fig.1).

b) On a été étudiée ensuite la variation de la t.e.m. de la pile à la suite de l'action ultrasonique pendant la même durée de 9 minutes, premièrement- en irradiant seulement la solution 0,1 n $CuSO_4$ et deuxièment, en irradiaut seulement l'eau distilée avec laquelle on a préparé la solution 0,1 n $CuSO_4$. La solution ZnS_4, avec la même concentration, n'a pas été soumise à l'action des ultra-sons.

Les résultats obtenus montrent que la t.e.m. des piles avec la solution $CuSO_4$ ultra-sonée augmente en fonction de l'intensité du champ ultra-sonique. La figure 2 présente (en continu) la variation relative de t.e.m. de la pile $\left(\frac{E - E_0}{E} \cdot 100\%\right)$ en dépendance de l'intensité du champ ultra-sonique ; E_0 est t.e.m. de la pile de référence et E est t.e.m. de la pile étudiée.

Pour la pile à laquelle l'eau distillé a été ultra-sonée, la t.e.m. manifeste une croissance qui reste constante pour les intensités ultrasoniques dans l'intervalle 0,66 — 2,19 W/cm² (fig.2, en pointillé).

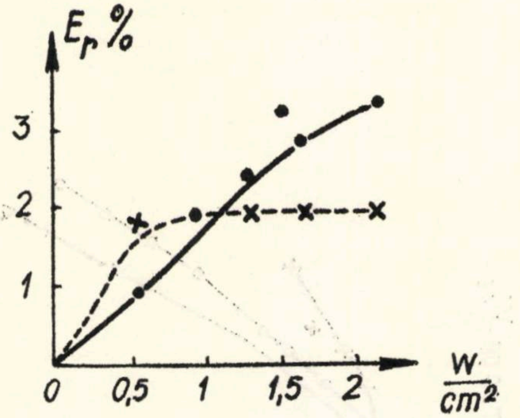


Fig. 2

Variation de la tension de décharge

c) Les piles avec des solutions 0,1 n $CuSO_4$ et 0,1 n $ZnSO_4$ ultra-sonées pendant 9 minutes, ont été déchargées par une résistance constante de 1 Ω. Les mesures effectuées montrent que les tensions de décharge des piles étudiées gardent pendant 5 heures des valeurs plus grandes par rapport aux valeurs de la pile de référence et seulement après cette durée la tension de décharge commence à affaiblir. Cette décroissance est plus rapide pour les piles avec des solutions ultra-sonées aux intensités plus grande (fig.3).

d) La variation relative de la tension de décharge $U_r = \frac{U-U_0}{U_0} \cdot 100\%$ des piles examinées a été étudiée aussi en fonction de l'irradiation ultra-sonique d'une seul solution constituante. On a trouvé que les tensions de décharge dans le cas de l'irradiation de la solution $CuSO_4$ détermine des croissance plus grandes (fig.4, a) en comparaison avec les tensions de décharge des piles auxquelles on a été ultra-soné seulement la solution $ZnSO_4$ (fig. 4, b).

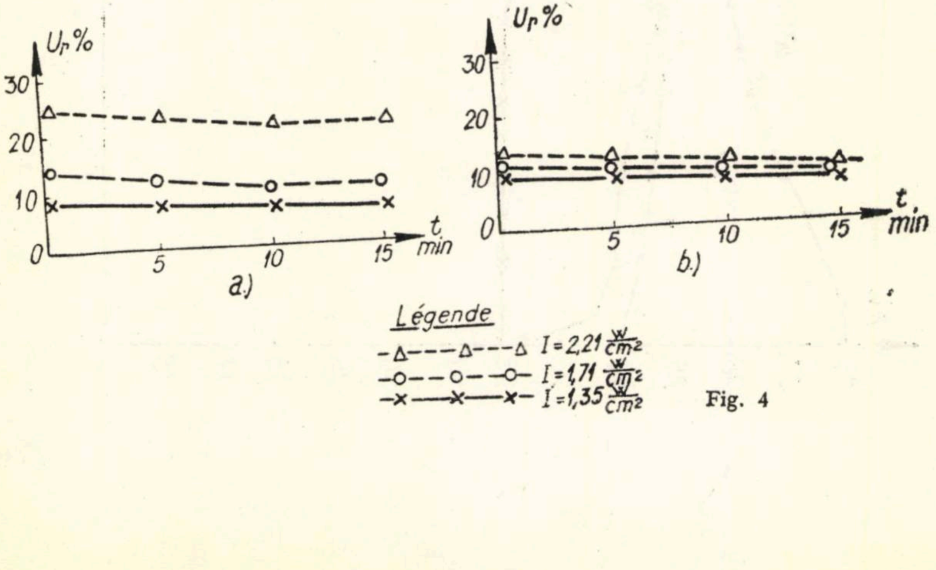


Fig. 4

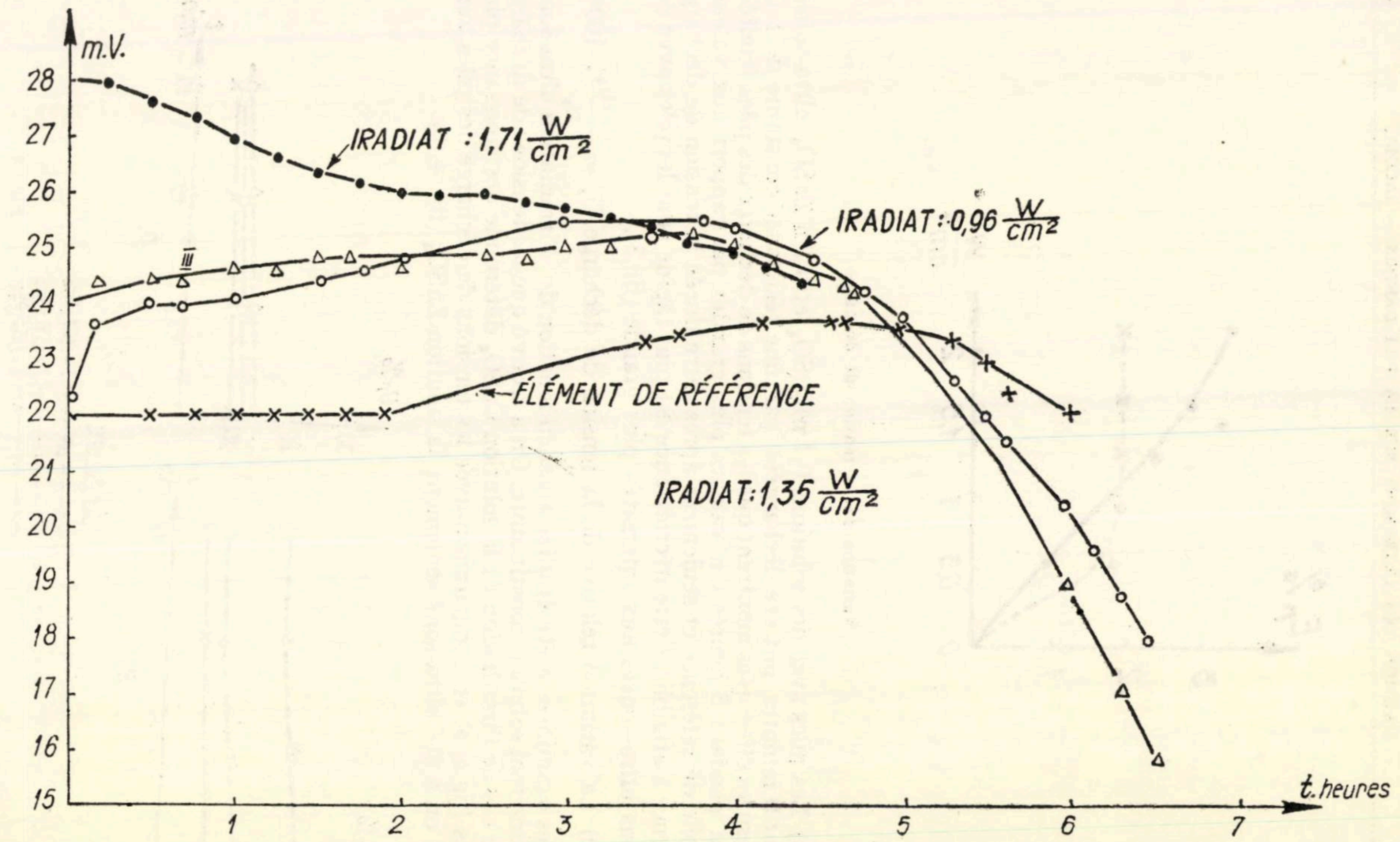

m.V.
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
III
IRADIAT : 1,71 W/cm²
IRADIAT : 0,96 W/cm²
ÉLÉMENT DE RÉFÉRENCE
IRADIAT : 1,35 W/cm²
1
2
3
4
5
6
7
t. heures

Fig. 3

Capacité de débitage

e) La capacité de débitage des piles avec des solutions ultra-sonées a aussi des valeurs plus grandes que la capacité (C_0) de la pile de référence. La variation relative de la capacité de débitage $C_r = \frac{C - C_0}{C_0} \cdot 100\%$, décroit pendant le fonctionnement de la pile. Cette décroissance est plus rapide pour les piles avec des solutions ultra-sonées aux intensités plus grandes du champ ultra-sonique, manifestant la tendance d'atteindre la même valeur après une durée déterminée (6 heures de décharge) (fig. 5).

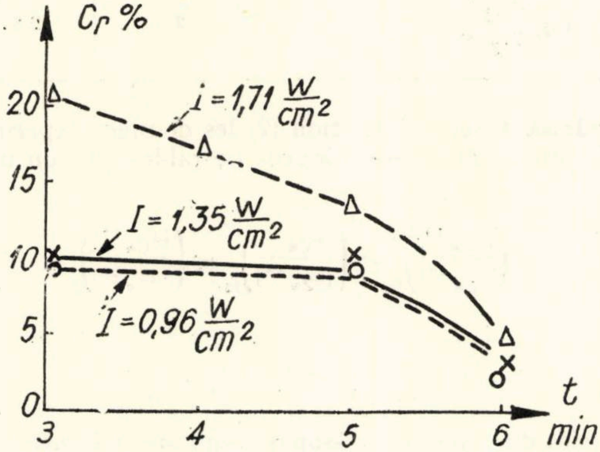


Fig. 5

4. Interprétation des resultatés expérimentaux

En considérant la réaction qui se passe dans la pile Daniell-Iacobi

$$Zn + Cu^{2+} \rightarrow Cu + Zn^{2+}$$

et en utilisant la théorie de Van't Hoff, on peut écrire la t.e.m. de la pile, E, en fonction de l'activité des ions :

$$E = E_0 + \frac{RT}{zF} \ln \frac{[a_{Cu}{}^{2+}]}{[a_{Zn}{}^{2+}]} \tag{1}$$

En considérant les coefficients d'activité egaux à l'unité, la relation (1) s'écrit encore

$$E = E_0 + \frac{RT}{zF} \ln \frac{c_{Cu}}{c_{Zn}}, \text{ où} \tag{2}$$

$[a_{Cu}^{2+}]$ et $[a_{Zn}^{2+}]$ sont les activités des ions pour les solutions utilisées, C_{Cu} et C_{Zn} sont les concentrations, E_0 la t.e.m. standard de la pile, z est la valence des ions et F est le nombre de Faraday.

Le Tableau 1

L'intensitè du champ ultra-soniue $\frac{W}{cm^2}$	I_1	I_2	I_3
	0,66	0,96	1,35
$\log.\frac{[a_{Cu}^{2+}]}{[a_{Zn}^{2+}]}$	2	2,5	2,7

En introduisant dans la relation (2) les données expérimentales correspondantes aux intensités ultra-soniquées (le tableau 1), on déduit les inégalités :

$$\left(\frac{[a_{Cu}^{2+}]}{[a_{Zn}^{2+}]}\right)_{I_1} < \left(\frac{[a_{Cu}^{2+}]}{[a_{Zn}^{2+}]}\right)_{I_2} < \left(\frac{[a_{Cu}^{2+}]}{[a_{Zn}^{2+}]}\right)_{I_3} \tag{3}$$

où

$$I_1 < I_2 < I_3 \tag{4}$$

sont les intensités du champ ultra-sonique qui ont actionées sur les solutions constituantes de la pile.

Ce résultat conduit à la conclusion que l'action du champ ultra-sonique sur les solutions des électrolytes avec la même concentration détermine une croissance plus grandes pour l'activité des ions de cuivre par rapport à l'activité des ions de zinc. Ce fait est aussi observable pour le cas de la décharge de la pile par l'intermédiaire d'une resistance constante (fig. 4, a,b).

On déduit que les t.e.m. plus grandes, données par les piles avec des solutions ultra-sonées, sont déterminées surtout par la croissance de l'activité des ions de cuivre que par celle de l'activité des ions de zinc.

En tenant compte de la relation (1) on peut établir la liaison entre l'activité des ions de cuivre et celle des ions de zinc

$$\frac{[a_{Cu}^{2+}]}{[a_{Zn}^{2+}]} = e^k \tag{5}$$

où k est un paramètre dépendant de l'intensité du champ ultra-sonique (le tableau 2) et qui peut s'écrire

$$k = f(I) \tag{6}$$

Le Tableau 2

L'intensitè du champ ultra-sonique W/cm²	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	L'obs.
	0,66	0,96	1,35	1,71	2,19	
k	1,2	1,56	2,00	2,40	2,76	L'iradiation de la solutuon de $CuSO^4$
k	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	L'urradiation de la distillèe

La modification du paramètre k est due à l'action des ultra-sons sur les solutions de $CuSO_4$ et $ZnSO_4$; cette modification produit, dans la solution: *a*) l'apparition d'un surplus des ions à la suite de la dissociation totale des électrolytes [9] et *b*) la transition de quelques ions aux états énergétiques supérieurs à ceux normaux, — faits qui contribuent à la croissance de la t.e.m. des piles ultra-sonées. En réprésentant graphiquement la relation (5) dans la figure 6, on obtient des courbes semblables avec celles obtenues expérimentalement (fig. 2)

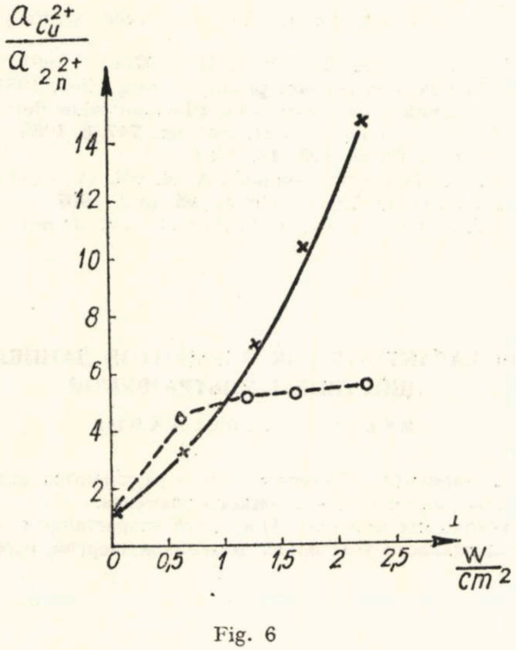


Fig. 6

CONCLUSIONS

Les recherches expérimentales effectuées conduisent aux conclusions suivantes :

1. Les ultra-sons produisent une croissance de la t.e.m. des piles Daniell-Iacobi, en fonction de l'intensité du champ ultra-sonique.
2. La tension de décharge de ces piles se maintient aux valeurs plus grandes en comparaison avec la pile de référence.
3. La capacité de débitage des piles ultra-sonées est plus grande que celle de la pile de référence et reste aussi élevée une durée déterminée après l'arrêt de l'action des ultra-sons.
4. Les valeurs plus grandes de la t.e.m. et de la tension de décharge des piles ultra-sonées s'explique par l'apparition du surplus des ions, dû à la dissociation totale des solutions, et par la croissance de l'activité des ions à cause de l'énergie supplémentaire reçue pendant la durée de l'irradiation des solutions dans le champ ultra-sonique.

BIBLIOGRAPHIE

1. D. Ausländer, E. Constantin, J. Szöcs: St. cerc. şt. fiz. şi tehnice Iaşi, 199, 1963, fasc. 1
2. I. Gavrilă, N. Ionaşcu : Bul. Inst. Polit. Bv., 297, nr.4, 1964
3. V. A. Nasov: Ultrazvuk v himiceskoi promîşlennosti, Kiev, 1963
4. I. E. Elpiner: Ultrazvuk, fiziko-himiceskoe i biologiiceskoe deistvie, 1963
5. D. Ausländer, E. Constantin: St. cerc. fiz., 747, 6, 1963
6. E. Corlăţeanu: Rev. Chim. 528, 10, 1955
7. St. Vadeanu, F. Kelemen: Comunic. Acad. vol. IV, caiet 8, 1965
8. I. Gavrilă, N. Ionaşcu: Electrotehnica, 65, nr.2, 1967
9. I. G. Mihailov, V. A. Colovev, I. P. Sîrnicov: Osnovî molekulearnoi akustiki, 1964

ИЗМЕНЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТОВ ДАНИЕЛ-ЯКОБИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ УЛЬТРАЗВУКОВ

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Характеристики элементов Даниел-Якоби — улучшаются благодаря действию ультразвука на электолиты данного электрического элемента.

Рост характеристических величин объясняется возрастанием числа ионов в растворе а также и усилением активности этих ионов, благодаря энергии, переданной им ультразвуковым полем.

SOME NEW PROPAGATION PHENOMENA OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD AND THEIR INTERPRETATION IN THE HIGH FREQUENCY TORCH AT SUBATMOSPHERIC PRESSURES

BOHĂŢIEL TEODOR

CHAPTER I

General considerations and previous works

The h.f. torch is an electrical discharge that may appear on the parts under tension of the h.f. oscillators and has the aspect of a flame vertically maintained by the density difference between the ionised medium and the surrounding atmosphere. This unipolar discharge is forming itself on the points or on circuit edges where there is a strong electric field. [1].

Such a type of discharge may be produced also with a device using a magnetron joined to a coaxial line [2], or generated between the two armatures of a condenser under a h.f. tension [3, 4, 5].

Discovered about 40 years ago the d.f. torch has been investigated by numerous foreign and Romanian scientist. Besides description, the appearance conditions, temperature, carrier concentration, spectroscopic studies, etc. their aim was to give an explanation of the ionisation mechanism.

Nejman [6] in 1935 admited the idea that the electrical capacity of the torch with respect to the earth or other conductors is decisive and through this capacity the current is closing.

The torch circuit impedance is generally given by $z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$.

G. Cristescu and R. Grigorovici [7] in 1949 measured the temperatures into the torch at 62,5 and 74,5 Hz in air under normal pressure. Supposing the fact that the torch should be isothermal, all its parts being in thermal equilibrium state, and using Saha's equation they calculated the electronic concentrtion created by thermal ionisation and concluded that this concentration is enough for the current transport into the torch but it is not into the electrode layer.

Prokofiev [8] in 1950 investigated the torch burning on electrodes made by various metals establishing that the metals with a lower work-function and ionisation potential (Na, K, Sn compared with W,Cr) improve the torch efficiency.

The torch has been studied at frequencies between 6. MHz (Kaptzov in 1950) and 9300 MHz (Balas in 1965).

K. N. Mocialov, A. Nichiforov and A.S. Bogonoştev [9] in 1950 measured the torch mantle temperature using the spectral lines inversion method for lithium, sodium and thallium introduced into the torch in air under normal pressure at 57 MHz frequency. They found 2200°K temperature for the external edge of the mantle. The authors remarked a deviation from the thermal character of the spectrum excitation. Measurements made on bismuth and tin spectral lines showed too a deviation from the thermal excitation of the spectrum.

Cobine and Wilbur [10] in 1950 producing the torch at 500 and 1100 MHz frequencies in air, nitrogen and CO_2 under normal pressure established high temperatures into the torch in air.

In welding helium the temperature is lower and the torch in pure helium is quite cool.

The authors assert the probability of the thermal excitation in the torch mantle and the improbability of such an excitation in the core where the excitation is mainly electrical. Because of that they found unsuitable the spectral sodium lines inversion method to measuring the torch temperature.

In other paper [11] G. Cristescu and R. Grigorovici in 1952 reach to the conclusion that at low frequencies and powers (under 100 W and 10^7 Hz) the ionisation into the torch is electrical, whereas at high frequencies and powers (above 100 W and 10^8 Hz) the ionisation is thermal.

Torch temperature measurements were made by other authors too (Dzumakuliev in 1962, Popov and Stolov in 1953, Mocialov în 1954, Xoxlov in 1955, Ianca in 1961, Jecht and Kessler in 1965, Trunecek in 1967) and the values varied between 2720 and 5700° K.

Solnţev, Xoxlov and Rodina [12] in 1952 studied the torch at pressures between a few torr and atmospheric pressure at 31,7 MHz frequency in air, technical nitrogen and technical argon. The power range varied from 6 to 130 W. In technical argon beween 40 and 60 torr at 20—37 W power and between 100 and 105 torr at 15 W power they observed in the central core some stratifications.

Popov and Stolov [13] in 1953, R. Rompe and Windle [14] established that the methods based on thermodynamical equilibrium cannot be used to measure the temperaure into the torch core and electrode layer.

Mollwo, Beer and Hertz [15] in 1953 assert the same thing.

G. Cristescu and R. Grigorovici [16[in 1955 spectroscopically investigating the torch in air, technical argonand CO_2 established that in air under atmospheric pressure the electrode layer emited the bands from the second positive group of the neutral nitrogen (with ionisation potential of 11 V) and the bands from the negative group of the ionised nitrogen (with ionisation potential of 18.8 V). The OH band (with ionisation potential of 4 V) appeared with improved intensity at high powers and frequencies.

The authors' conclusion was that the nitrogen bands are electrically excited whereas OH bands thermally.

At 11 MHz under atmospheric pressure in technical argon they observed the stratifications descovered by Solnţev at lower pressures. The spectrogramm indicated maxima and minima of nitrogen high excitation potential bands (3159, 3 Å). At the same time OH band 3064 Å showed no variation.

V. Trunecek [17] in 1959 feeded the torch in air with a pulsatory current and ascertained that the electrical ionisation appear strongly at the beginning of each pulsation. This fact is proved too by the discharge spectrum.

The same observation was made in 1953 by Popov and Stolov using the same method.

Ian Ianca and A. Talsky [18] in 1966 made torch spectroscopical investigations in air under normal pressures at 2370 MHz frequency and compared them with those made at 30 MHz.

They found N_2 bands both at 30 and 2370 MHz into the core as well as into the electrode layer. Nitrogen N_2 bands were intense into the electrode layer and zero into the core at 30 MHZ and zero into the electrode layer and weak into the core at 2370 MHz. Newertheless Jecht and Kessler in 1964 [19] experimenting in pure nitrogen found, the nitrogen N_2 bands intense into the torch core too.

Measurements of the torch length as a function of the discharge power were made by I. Kratochwil and A. Talsky [20] at 2370 MHz, G. Cristescu and R. Grigorovici [7] at 10, 28.8 and 54.7 MHz in air under atmospheric pressure and by us at about 18 MHz in air at 20 torr.

In all the cases the dependence was linear (Fig. 3).

CHAPTER II

Experimental

1 *Discharges in air*

Fig. 1 shows the experimental device. A 50 cm long and 11 cm diameter glass tube was used as the precinct where the discharge was produced.

The tube is shut at both ends by two metallic covers through which the lifting screws for the condenser's armatures are penetrating as well as the gas

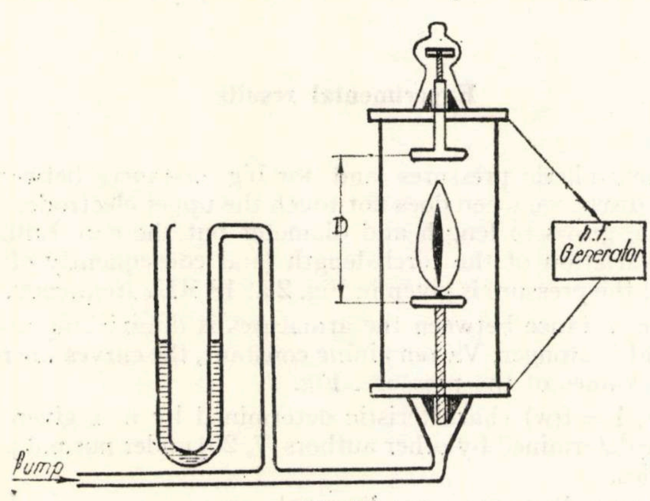


Fig. 1

exhausting hole. The displacement of the armatures is possible from outside by dint of two screws fixed on glass grinding cones able to slide gently so that the interior of the tube is entirely separated from the atmosphere.

The distance between the two condensers armatures is variable from 0 to 22 cm, and the pressure from 10^{-2} to 760 torr. The pressure was measured with a mercury manometer. The h.f. tension is supplied by a push-pull generator provided with two „EIMAC 100 th VT 211" tubes able to cover a 5 to 50 MHz frequency range. The tension varies between 100 and 12,000 V. The frequency is measured with an absorption wavemeter.

The working method

a) For fixed distances d between the electrodes the aspect and behaviour of the torch has been studied for various pressures, anodic oscillator voltage and frequencies. The used frequencies were of 7.5—16—17—18—26—36 MHz in order to make a comparison with the discharge in other gases for which almost the same frequencies were used.

b) At fixed frequencies, pressures and tensions the aspect of the torch was studied for various distances d between the two armatures.

c) Direct voltage and current measurements in the discharge were not made because as it is obvious from the interpretation and conclusions such measurements were not necessary. An indirect method was used measuring the anodic voltage and the current through the oscillator's tubes. This method was recomended by G. Cristescu and R. Grigorovici [21]. The power measurements in the anodic circuit are very little altering the values given by the direct method (5—15%) but are much more confortable.

Experimental results

At subatmospheric pressures and for big distances between the two electrodes, the discharge when does not touch the upper electrode, has a classical torch shape, grows in length and diameter but the core brilliancy is diminishing. A variation of the torch length (and consequently of its volume) as a function of the pressure is given in Fig. 2 at 18 MHz frequency.

When the distance between the armatures is diminishing and therefore the electric field is stonger, Va remaining constant, the curves are reproducing but for higher values of the pressure. Fig. 2.

In Fig. 3, $l = f(w)$ characteristic determined by us is given comparatively with those determined by other authors [7, 20] under normal pressure and other frequencies.

All the curves have the same linear shape.

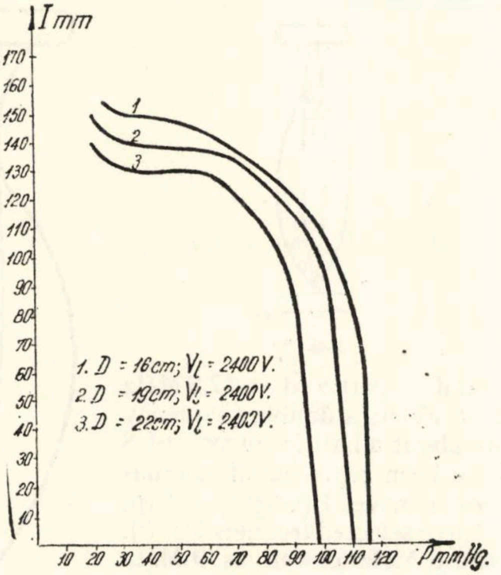


Fig. 2

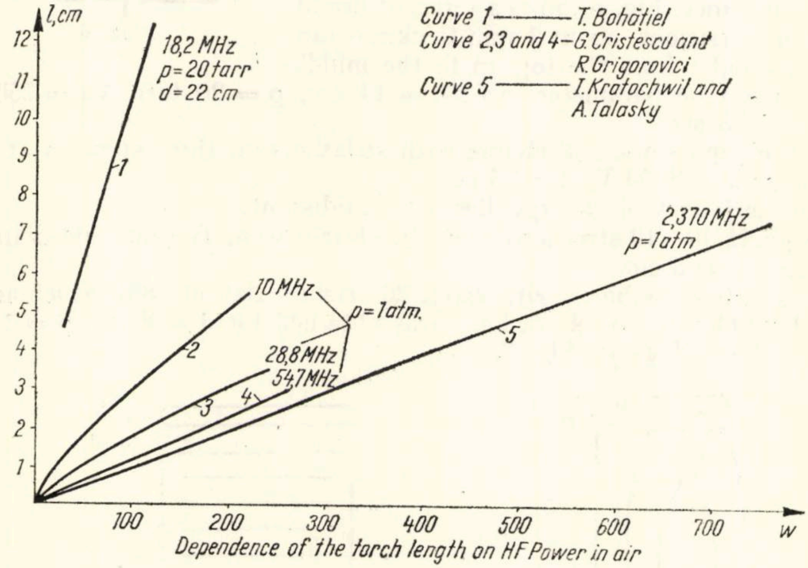


Fig. 3

Sometimes for various values of the discharge parameters (p, d, Fz, Va) some horizontal equidistant minima and maxima appeared into the core as it can be seen from Fig. 4. The torch is 10.5 cm long at p = 20 torr, Va = 3200 V and 18 MHz.

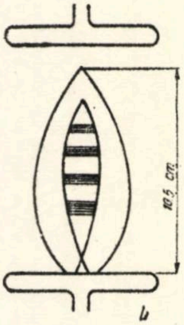


Fig. 4

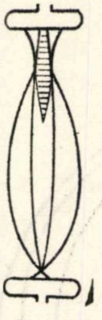


Fig. 5

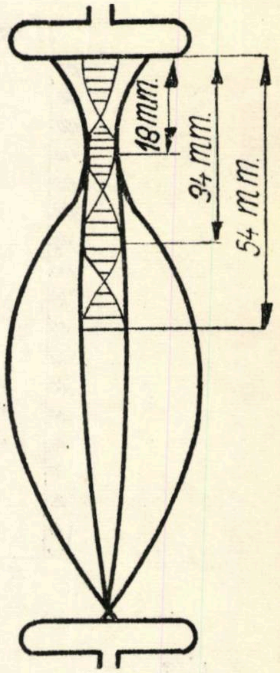


Fig. 6

The experimental data gathered at 17.8 MHz have been repeated at about a double frequency of 32 MHz as well as about a half frequency of 8 MHz. These data have been represented in a diagram obtaining a series of curves 1 (height) = f (p, Va, d) for each of the three selected frequencies [3].

At 17,8 MHz and 8 MHz as well as 9 MHz in many cases some bright striation apperead into the discharge core located on spindles.

For instance, Fig. 5 shows a series of bright, equidistant striations, about 1 mm thickness ranging on a spindle from the top up to the middle of the flame. The parameters are: d = 14 cm, p = 20 torr, Va = 2500 V and Fz = 17.8 Mz.

Fig. 6 represents a discharge with striations on three spindles at p = = 40 torr, Va = 3000 V, d = 15 cm.

The antinodes of the spindles are equidistant.

On each, 10—12 striations could be clearly seen. The maxima diameter of the flame was 5 cm.

At 8 MHz a discharge with about 20 bright striations, 8 of which are on a central spindle of 3.5—4 cm long, was obtained for d = 8 cm, p = 1 torr and Va = 1300 V as in Fig. 7.

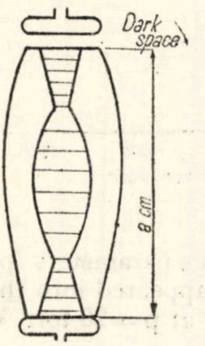


Fig. 7

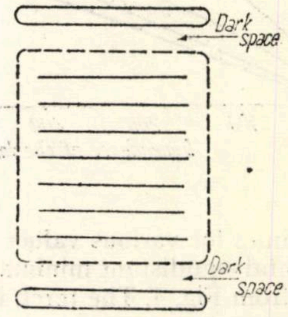


Fig. 8

Fig 8 shows a discharge at d = 10 cm, p = torr, Va = 3700 V and Fz = 8 MHz having the shape of a cylinder separated from the two electrodes by two dark spaces about 1 cm broad. The striations are appearing in the discharge but there is no central core. The electrodes are surrounded by a brilliant blue ligt.

At 9 MHz, p = 1 torr, d = 8 cm and Va = 1350 a torch covering all the space between the electrodes was observed, fully striated. On the spindle there were 10—12 maxima (fig. 9)

Many other similar discharges were obtained [3].

At 32 MHz frequency the apparition of the striations was not observed irrespective of the distance d between the electrodes, pressure and voltage up to 4000 V.

2 *Discharges in Argon*

The experimental device and the working method are the same.

In argon some very interesting various discharges were obtained as for nstance, the classical form, discharges with one or two strictures, discharges in needle form etc. The main characteristics of argon is the apparition of globular brillant plasmoides.

So, such plasmoïdes columns are present into the core of the discharge irrespective of its form. Sometimes such plasmoïdes columns are at the base of the classical diffuse torch.

Some of the most interesting forms of discharges are given here and in paper [5].

Fig. 10 shows a discharge at d = 19 cm, p = 2 torr Va = 3200 and Fz = 8 MHz. On a luminous spindle beginning from the tungsten point, 7—8 very brillant plasmoïdes can be seen.

Fig. 11 represents a discharge at d = 12 cm, p = 2 torr, Va = 4000 V and Fz = 9 MHz. Along the core penetrating all the 18.5 cm long discharge there are plasmoïdes. Their diameter is equal with that of the core.

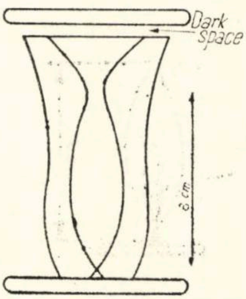


Fig. 9

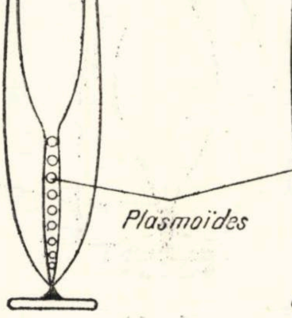


Fig. 10

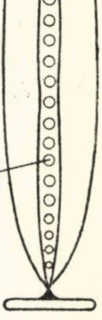


Fig. 11

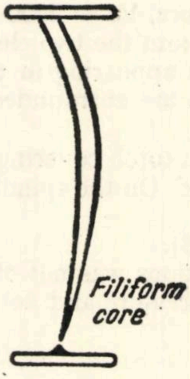

Filiform
core

Fig. 12

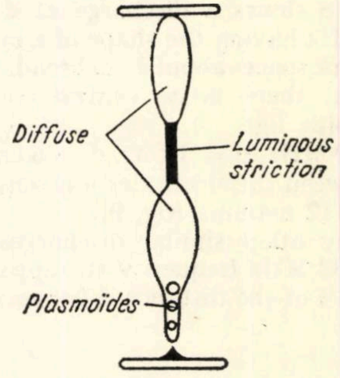

Diffuse
Luminous
striction
Plasmoïdes

Fig. 13

A filiform discharge with a needle shaped core is given in Fig. 12 at d = 19 cm, p = 42 torr, Va = 2800 V and Fz = 8 MHz. There is no visible mantle round the discharge.

A discharge with a striction and a plasmoïdes column is showen in Fig. 13 at d = 19 cm, p = 42 torr, Va = 2900 V and Fz = 21 MHz.

Fig. 14 represents the classical discharge at d = 22 cm, p = 46 torr, Va = 2000 V and Fz = 32,8 MHz. A 1. 5 cm long plasmoides column is visible near the tungsten point.

Fig. 15 represents classical torch with plamoïdes into the spindle shaped nner core.

Similar dischanges have been obtained for other parameter values too.

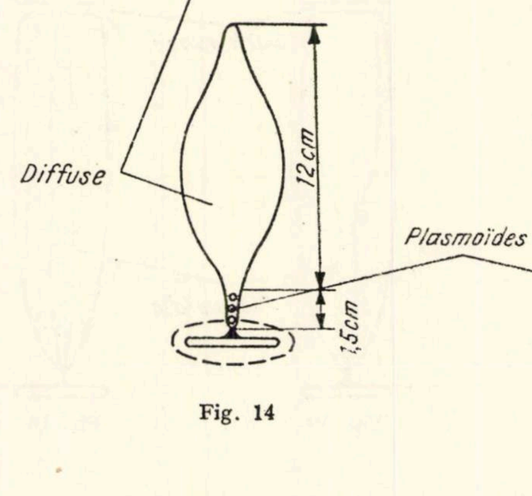

Diffuse
12cm
1,5cm
Plasmoïdes

Fig. 14

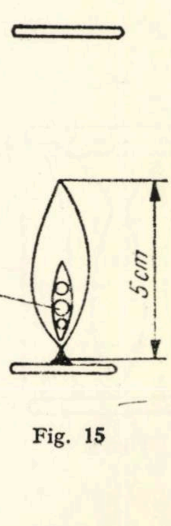


Fig. 15

3. *Discharges in Nitrogen*

The nitrogen has been obtained from pure sodium nitrate and ammonium cloride solutions by heating:

$$NaNO_2 + NH_4CL \rightarrow NaCl + 2\ H_2O + N_2$$

The experimental device is about the same [22].

In this gas have been obtained discharges with double stratification on the core, on the mantle or on both of them. Sometimes the simple or double stratifications were located on spindles. There were obtained discharges with striations and no visible mantle or core [22].

Fig. 16 represents a classical discharge with a simply stratified core, at d = 22 cm, p = 6 torr, Va = 2700 V, Ia = 120 m A and Fz = 17 MHz.

Fig. 17 gives the aspect of the discharge at d = 22 cm, p = 0.6 torr, Va = 1400 V, Ia = 54 m A and Fz = 6.8 MHz. This discharge has into the core 14—15 double stratifications (similar to those in oxygen or in CO_2 for about the same parameter values).

Fig. 18 shows the discharge at d = 14 cm, p = 6 torr, Va = 2800 V, Ia = 50 MA and Fz = 7 MHz. The bright core is not stratified but the 2 cm diameter outer mantle is fully striated. The discharge is separated by the upper electrode.

Fig. 19 represents the discharge at d = 14 cm, p = 6 torr, Va = 2200 V, Ia = 40 mA and Fz = 26 MHz. The central core is fully stratified (photo A)

Photo B shows a discharge at d = 14 cm, p = 4 torr, V = 1500 V, Ia = 50 mA and Fz = 7.5 MHz.

The discharge has neither visible mantle nor a central core. Between the two electrodes there are appearing separate stratifications located on a spindle only.

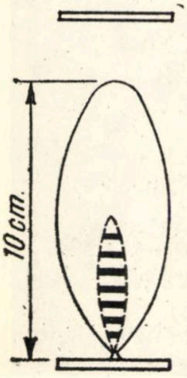


Fig. 16.

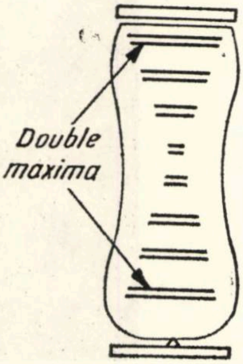


Fig. 17

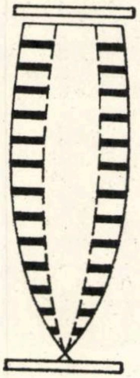


Fig. 18

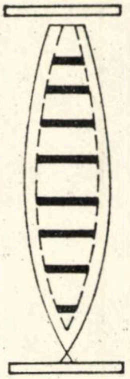
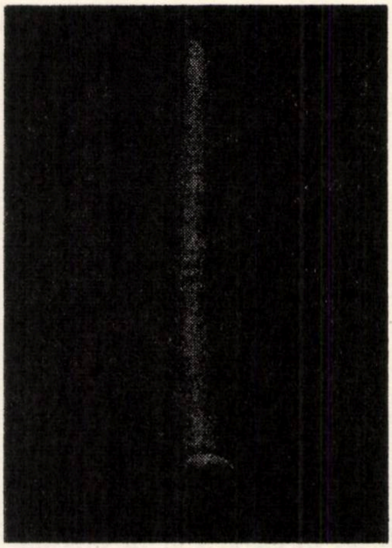
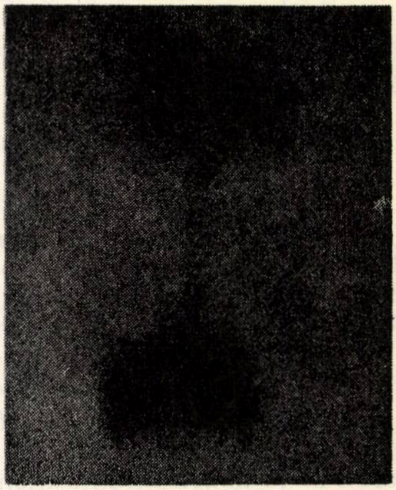


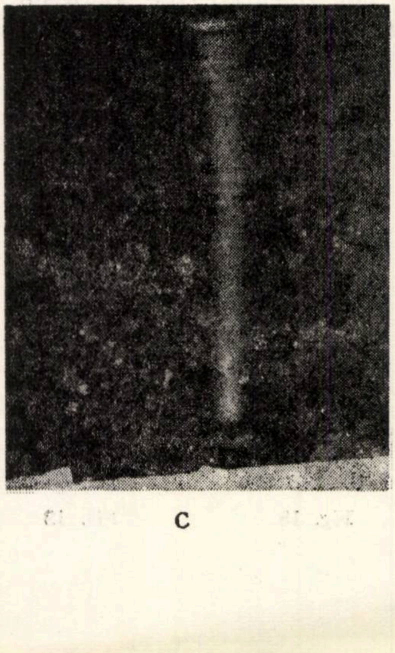
Fig. 19



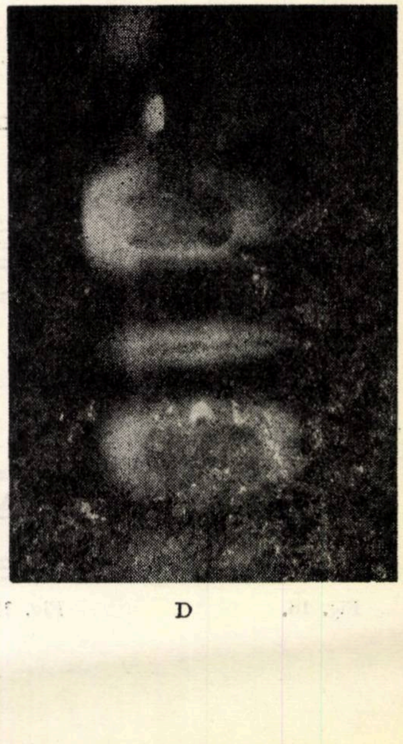
A



B



C



D

Photo C shows the discharge at d = 14 cm, p = 6 torr, Va = 2200 V, Ia = 40 mA and Fz = 76 MHz. The bright core presents groups of equidistant stratifications separated by nonstratified zones.

Similar discharges have been obtained for other parameter values [22]. too

4. Discharges in oxygen.

The oxygen has been obtained by pure potassium permanganate heating.

The low frequencies (6.8—7—8.5 MHz) are more favourable for the double stratification. Over 15 MHz the discharge is simply stratified.

The classical torch for the given parameters could not be obtained. If the oxygen pressure increases the discharge becomes filiform and when touching the upper electrode is stratified (like in air).

Fig. 20 shows the discharge at d = 16 cm, p = 0.8 torr, Va = 800 V, Ia = 76 m A and Fz = 8.5 MHz.

The core is fulfy stratified, the stratifications are located on three spindles.

Fig. 21 represents a discharge at d = 22 cm, p = 1.5 torr, Va = 1300 V, Ia = 106 m A and Fz = 8.5 MHz.

The discharge is doubly stratified on a spindle.

Photo D shows a discharge made of a double maximum only. The minimum separating the two parts of the double stratification is narrow (= 1 mm).

Photo E schows a discharge with two double maxima at d = 8 cm, p = 0.8 torr, Va = 1200 V, Ia = 40 m A and Fz = 8.5 MHz.

In photo F, 7 double stratifications are very well visible.

Fig. 22 represents a cylindrical discharge at d = 10 cm, p = 0.8 torr, Va = 580 V, Ia = 10 mA. The dark separation spaces are about 1 cm thickness. In the discharge there are five groups of two double stratifications of bout 8 mm thickness. Each stratification is divided into two horizontal parts by a very narrow (= 1 mm) minimum. Sometimes the electrode layer is doubly stratified also.

Similar luminous phenomena are producing for other parameter values [22]

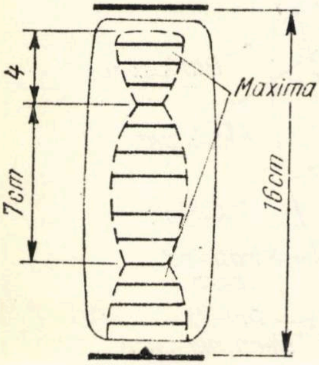


Fig. 20

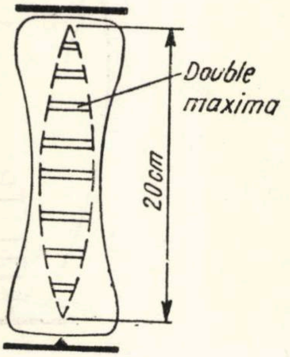


Fig. 21

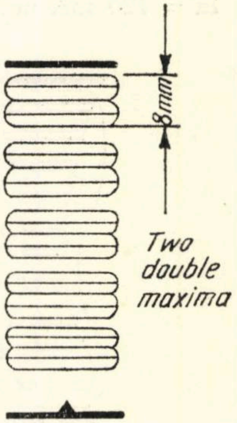
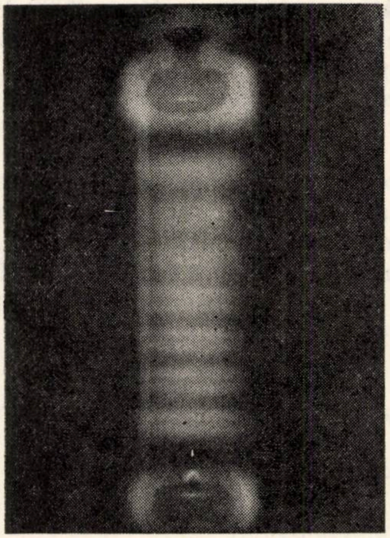
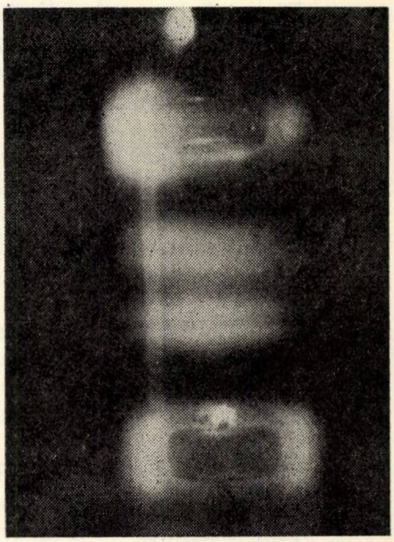


Fig. 22



E



F

5) *Discharges in CO_2*

CO_2 has been obtained from marble boiled in water 48 hours + hydrochloric acid.

The low frequencies (6.8 — 7 — 16.2 — 16.5) are favourable to the double stratification. Over 17 MHz simple stratifications have been observed only.

Fig. 23 represents the discharge at d = 22 cm, p = 0.5 torr, Va = = 1400 V Ia = 46m A and Fz = 7 MHz.

There are 10 doubles stratifications of about 1 cm thickness.

Fig. 24 shows the discharge at d = 8 cm, p = 2.5 torr, Va = 600 V, Ia = 120 mA and Fz = 7 MHz.

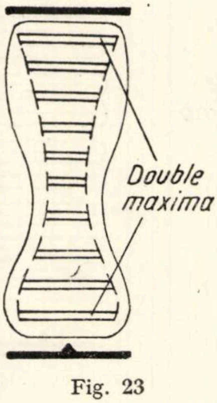

Double
maxima

Fig. 23

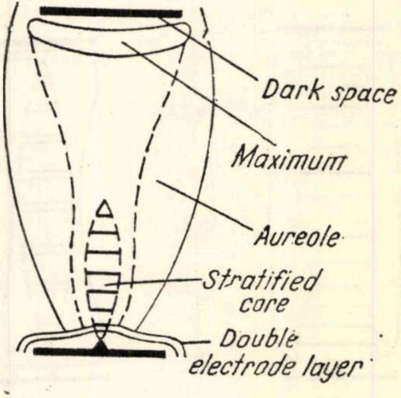

Dark space
Maximum
Aureole
Stratified
core
Double
electrode layer

Fig. 24

The core is simply stratified.

Fig. 25 represents a diffuse discharge like a torch going up from the whole electrode surface; d = 22 cm, p = 1 torr, Va = 600 V, Ia = 44 mA and Fz = 7 MHz.

Fig. 26, d = 8 cm, p = 0.5 torr, Va = 900 V, Ia = 100 mA and Fz = 16.2 MHz. The discharge is cylindrical.

In the core there are 4—5 double stratifications.

Similar discharges have been obtained for various parameter values [22]. The classical electronic torch in CO_2 at these parameter values could not be obtained.

Similarities in air, nitrogen, oxygen and CO_2 are given in comparative tables in the paper [22].

6. *Discharges in hydrogen*

The gas was obtained from hydrochloric acid + pure zinc.

In this gas the classical discharge with big volume are frequently appearing at d = 22, 15, 10 cm, but at pressures above 7 torr. The distance of 7.5 cm is more favourable for the filiform stratified discharge.

At d = 7,5 and 10 cm the double stratification appeared at all the pressures between 0,1 and 40 torr.

At d = 15 cm and pressures above 20 torr and at d = 22 cm and presusres above 5 torr the double stratification didn't appear.

At d = 15, for high tensions (higher than 5000 V) some new types of discharges occur characterized either by a sudden volume increasing or by apparition of plasmoïdes.

The electrode layers have various thickness and sometimes is simply or doubly stratified.

Sometimes the luminous electrode layer covers entirely the electrodes, sometimes reduces it only to a region opposite to the main discharge when

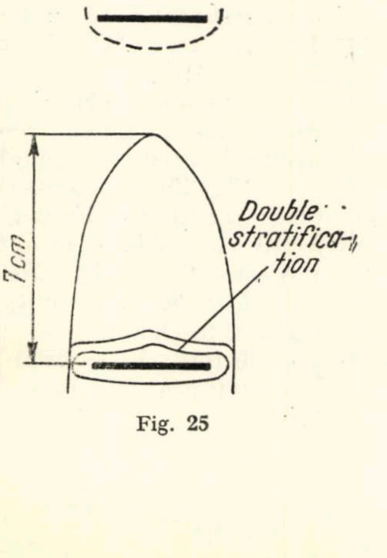


Fig. 25

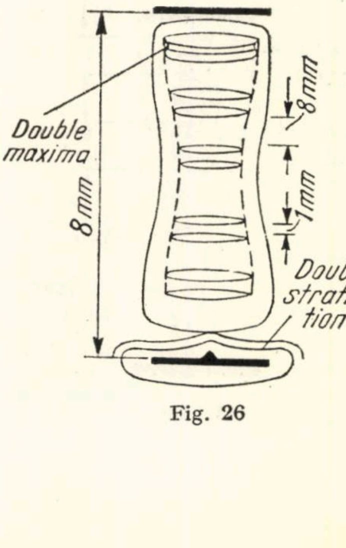


Fig. 26

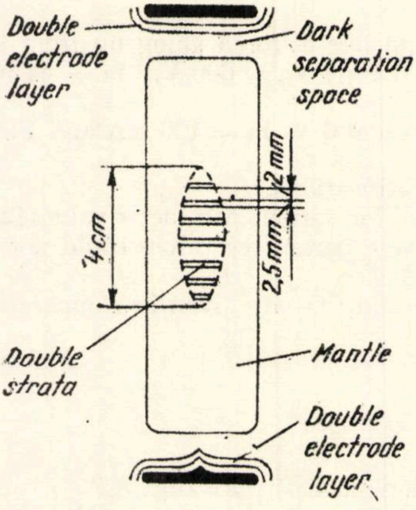

Double electrode layer
Dark separation space
2mm
4cm
2,5mm
Double strata
Mantle
Double electrode layer

Fig. 27

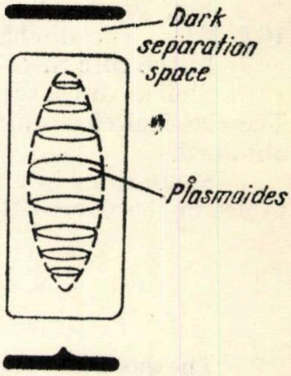

Dark separation space
Plasmoides

Fig. 28

touching the upper electrode. Regularly the electrode layers are pink whereas the discharge is bluish.

Over 200 discharges in hydrogen with various forms and aspects were obtained [23].

Fig. 27 represents the discharge at $d = 22$ cm, $p = 10^{-1}$ torr, $Va = 1200$ V, $Ia = 40$ mA and $Fz = 17.6$ MHz.

The discharge is cylindrical separated from the armatures by dark spaces (about 1 cm). At the middle, on a spindle, 10 narrow double strata are located. The minimum dividing the double stratum is about 0.5 mm. One double stratum is about 2.5 mm thickness. The two electrodes are covered by thick doubly stratified electrode layers.

Fig. 28 represents the discharge at $d = 15$ cm, $p = 1.5$ torr, $Va = 5000$ V and $Fz = 17$ MHz.

There are 7 plasmoïdes (6—7 mm thickness), very bright, located on a spindle.

Fig. 29 represents the discharge at $d = 15$ cm, $p = 16$ $Va = 3200$ V, $Ia = 64$ mA and $Fz = 16.8$ MHz.

Fig. 30 represents a classical torch at $d = 13$ cm, $p = 30$ torr, $Va = 2500$ V, $Ia = 100$ mA and $Fz = 26$ MHz.

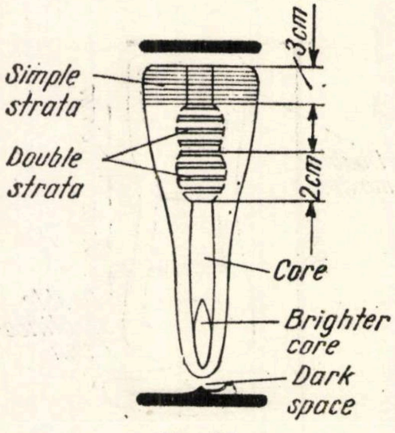

3cm
Simple strata
Double strata
2cm
Core
Brighter core
Dark space

Fig. 29

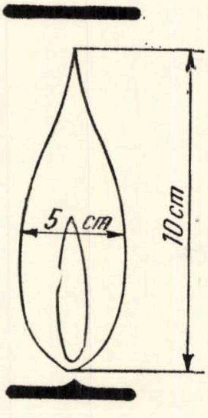


Fig. 30

Fig. 31 shows the discharge at d = 7.5 cm, Va = 200 V p = 0,1 torr, Ia = 6 mA and Fz = 26 MHz. The discharge is cylindrical with a 5 cm diameter, in which double strata, about 0,5 cm thickness (twice thicker than usually) are visible.

The are also doubly stratified thick (= 3 mm) electrode layers. When the tension is increasing the strate are narrowing.

Fig. 32 represents a discharge at d = 7.5 cm, Va = 1800 V, p = 34 torr and Fz = 21 MHz. The filiform discharge (about 3 mm diameter) has double stratifications on spindles at the upper end.

Fig. 33 represents a discharge at d = 15 cm, Va = 2800 V, p = 16 torr, Ia = 68 m A and Fz = 16,8 MHz.

There is no more a visible mantle. The discharge is formed by equidistant maxima only, between the two electrodes. Such a discharge type was obtained in nitrogen too.

Photo G shows a discharge at d = 15 cm, Va = 5500 V, p = 16 torr, Ia = 120 mA and Fz = 26 MHz. The discharge is narrow with a very thin mantle. The core is completely doubly stratified.

Photo H shows a discharge at d = 10 cm, Va = 3200 V, p = 0,6 torr, Ia = 70 mA and Fz = 17 MHz. Some simple striations are visible in the mantle at the upper end.

CHAPTER III

The interpretation of the experimental data

I supposed an analogy between the stationary waves from the discharge found by us and the propagation phenomena of the elecromagnetic field in tubes with ionised gases previously studied by several authors [24, 25, 26, 27, 28, 29].

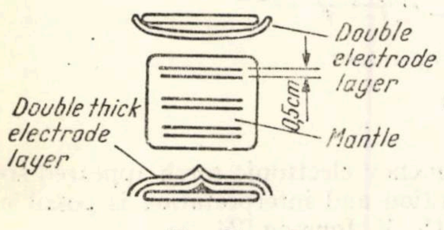


Fig. 31

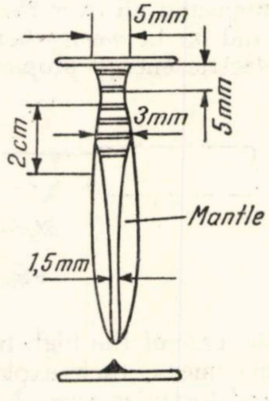


Fig. 32

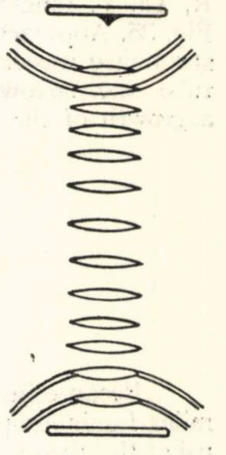


Fig. 33

Th. V. Ionescu [24, 25] has studied, theoretically and experimentally the propagation of electric waves in tubes with ionised gases giving the formula allowing the possibility to calculate the speed of the propagation:

$$V = R_1 \sqrt{\frac{\pi N \cdot e^2}{m}\left(\frac{1}{2} + 2\ \log\frac{R_2}{R_1}\right)}\ \text{(u.e.s.)}$$

Where R_1 is the radius of the discharge tube coaxial with a metallic one with a R_2 radius.

To verify this theoretical result, Th. V. Ionescu used a discharge tube in shape of U filled with oxygen, air and hydrogen at various low pressures.

Excited at both ends in h.f. with λ between 170 and 600 cm at 4 W power, in the tube appeared maxima and minima of stationary waves as in Fig. 34.

In pure oxygen under 10^{-3} torr pressure have been observed along of each branch of the tube two coaxial columns, the inner one being more brilliant and presenting luminous spindes on it.

Using compartmented gas tubes some plasmoïdes have been put into evidence at pressures lower than 10^{-3} torr.

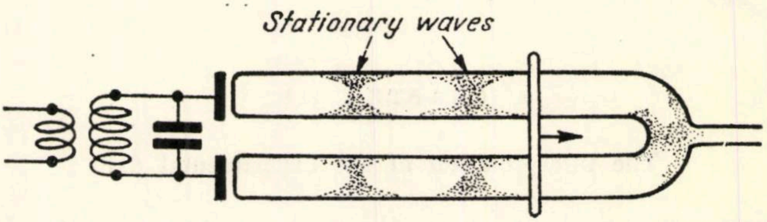


Fig. 34

In order to see if the propagation speed is proportional to the tube radius R, Th. V. Ionescu used a tube with different sections (4—3 and 2 cm) as in Fig. 35. Approaching the oscillator from one or another end of the tube some stationary waves appeared all over the tube but they were dense where the tube was narrow and far between where the tube was wide. This indicates a growth of the electric energy propagation speed with the tube diameter.

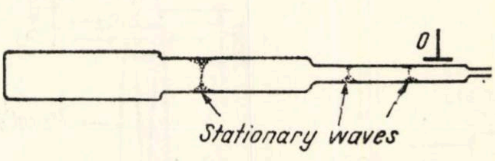


Fig. 35

Because in the case of the high frequency electronic torch appeared similar luminous phenomena, their explanation and interpretation is possible using the theory and formulas given by Th. V. Ionescu [24, 25].

Having from the experimental data the wavelength in the torch core where spindles, simple and double maxima or plasmoïdes are appearing, the electron density N can be calculated according to the relation

$$\lambda_0 \nu = V = R_1 \sqrt{\frac{\pi \cdot Ne^2}{m}\left(\frac{1}{2} + 2 \log \frac{R_2}{R_1}\right)} \text{(u.e.s.)}$$

Where λ is experimentally measured and ν is the oscilator's frequency.

$R_2 = 5$ cm has been considered to be the discharge tube radius and R_1 the discharge core one. If instead of the tube radius R_2 is considered to be the mantle radius, the density magnitude order doesn't change.

From the experimental data two or three examples have been selected for every gas investigated.

The values of the discharge parameters, the distance between the condenser armatures, d, the pressure p, the oscillator anodic tension Va, the oscillator frequency F_z, and the discharge core radius R_1, are separately given in each case

1 *Air.*

a) From Fig. 7, $\lambda = 10$ cm for the long spindle

$$N \approx 2.2 \times 10^6 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 8$ cm, $R_1 = 1$ cm, $p = 1$ torr, $Va = 1300$ V, $Fz = 8$ MHz

For the striations from the spindle the calculus gives the same value because there are ten striations on the spindle. λ diminishes ten times but at the same time the frequency grows ten times.

b) From Fig. 6, $\lambda = 4$ cm for the spindle

$$N \approx 4.8 \times 10^6 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 15$ cm, $R_1 = 0.5$ cm, $p = 40$ torr, $Va = 3000$ V,
$F_z = 17{,}8$ MHz

If R_2 is considered to be the mantle radius the same value is obtained because $R_2 \approx R_{tube}$.

c) From Fig. 9, $\lambda = 16$ cm

$$N \approx 4 \times 10^6 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^1}$$

$d = 8$ cm, $R_1 = 1$ cm, $p = 1$ torr, $Va = 1350$ V, $F = 9$ MHz

2 *Argon*

a) From Fig. 11, $\lambda = 36$ cm

$$N \approx 3.2 \times 10^8 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 19$ cm, $R_1 = 0.25$ cm, $p = 2$ torr, $Va = 4000$ V, $F_z = 9$ MHz
If the mantle radius is considered to be $R_2 = 3.5$ cm we have

$$N \approx 8.6 \times 10^8 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

b) From Fig. 12, $\lambda = 18$ cm

$$N \approx 6 \times 10^7 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

If the mantle radius is considered to be $R_2 = 3.5$ cm, we have

$$N \approx 8.1 \times 10^7 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 19$ cm, $R_1 = 0.25$ cm, $p = 2$ torr, $Va = 2300$ V, $F = 8$ MHz

3 *Nitrogen*

a) From Photo E $\lambda = 9$ cm

$$N \approx 5.3 \times 10^7 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 14$ cm, $R_1 = 0.5$ cm, cm, $p = 6$ torr, $Va = 2200$ V, $Va = 2200$ V, $F_z = 26$M
If the mantle radius is considered to be $R_2 = 1.5$ cm,

$$N \approx 10^8 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

b) From Fig. 19, $\lambda = 24$ cm

$$N \approx 6 \cdot 1 \times 10^7 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 14$ cm, $R_1 = 1{,}5$ cm, $p = 6$ torr, $Va = 2200$ V, $F_z = 26$ MHz

If the mantle radius is considered to be $R_2 = 2$ cm

$$N \approx 1.2 \times 10^8 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

4 *Oxygen*

a) From Fig. 20, $\lambda = 20$ cm

$$N \approx 2\,.\,3 \times 10^6 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 16$ cm, $R_1 = 2 \cdot 5$ cm, $p = 0.8$ torr, $Va = 800$ V, $F_z = 8.5$ MHz
If the mantle radius considered, $R_2 = R_1$, we have

$$N \approx 2 \cdot 9 \times 10^6 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

b) From Fig. 21, $\lambda = 40$ cm

$$N \approx 1.3 \times 10^7 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 22$ cm, $R_1 = 2{,}1$ cm, $p = 1 \cdot 5$ torr, $Va = 1300$ V, $F_z = 8.5$ MHz
If the mantle radius is considered to be $R_2 = 3$ cm, we have.

$$N \approx 3 \cdot 3 \times 10^7 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

c) From photo D, $\lambda = 10$ cm

$$N \approx 1.1 \times 10^6 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 10$ cm, $R_1 = 4$ cm $p = 1 \cdot 5$ torr, $Va = 1800$ V, $F_z = 8 \cdot 5$ MHz
In this case the mantle radius $R_2 = R_{tube}$

5. *CO_2*

a) From Fig. 23, $\lambda = 40$ cm

$$N = 4 \cdot 8 \times 10^6 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 22$ cm, $R_1 = 2$ cm, $p = 0{,}5$ torr, $Va = 1400$ V, $F_z = 7$ MH

$$N = 3 \cdot 8 \times 10^6 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 22$ cm, $R_1 = R_2 = 2{,}5$ cm, $p = 1$ torr, $Va = 600$ V, $F_z = 7$ MHz

6 *Hydrogen*

a) From Fig. 27, $\lambda = 8$ cm

$$N = 6 \cdot 8 \times 10^6 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 22$ cm, $R_1 = 1$ cm, $p = 0 \cdot 1$ torr, $Va = 1200$ V, $F_z = 17 \cdot 6$ MHz

For the small double strata the same value is obtained

b) From Fig. 32, $\lambda = 4$ cm

$$N = 1 \cdot 2 \times 10^8 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

$d = 7 \cdot 5$ cm, $R_1 = 1 \cdot 5$ cm, $p = 34$ torr, $Va = 1800$ V, $Fz = 21$ MHz
If as R_2 is considered the mantle radius that in this case is the same with that of the core one, we have

$$N = 7 \cdot 8 \times 10^8 \frac{\text{electrons}}{\text{cm}^3}$$

For the small striations the same value is obtained.

The regularly apparition of 10 simple stratifications on each spindle leads to the hypothesis that besides the stationary electro-magnetic waves on the fundamental, some stationary waves are forming on the tenth harmonic.

The double strata could be qualitatively explained like that : some authors [30, 13] have established that the maximum of the electrical excitation is at the beginning of the tension sine curve. If at the extremities of this sine curve we put over a ionisation curve of the supposed form given in Fig. 36 [31], the situation from Fig. 37, when on every side of the tension node two luminous maxima appear can be obtained. To this idea we reach too because in the core of the double strata always their minimum has the same value and the distances between the groups is constantas it can be seen from the figures and photos presented. Consequently we can suppose that the double strata appear on the 5th harmonic.

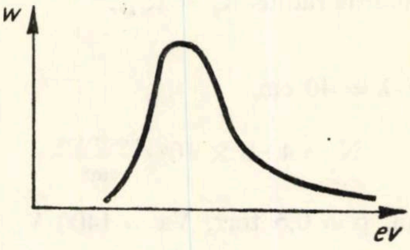


Fig. 36

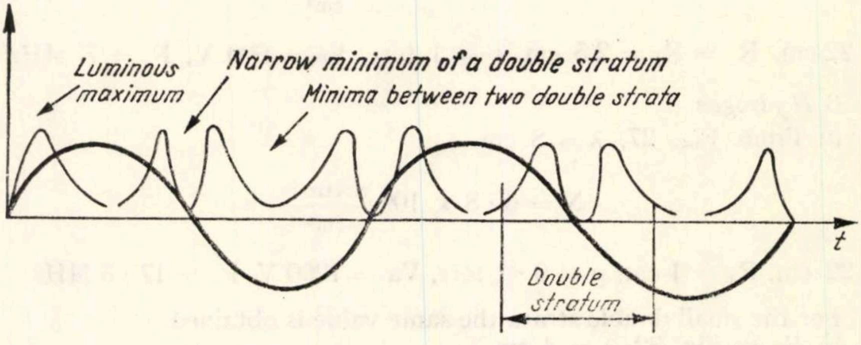

Luminous maximum
Narrow minimum of a double stratum
Minima between two double strata
t
Double stratum

Fig. 37

CONCLUSIONS

The luminous phenomena described allow the following conclusions :

1. The thermal excitation alone can't explain why the torch volume increases when the pressure decreases. The maintenance of the thermal ionisation requires a certain temperature which in our case does not remain constant but

diminished when the volume increases. This volume is 20, 50, 100 times greater at low pressures than at atmospheric one. It is clear that the ion density in the torch diminishes because the energy absorbed from the generator remains approximately constant.

At lower pressures the torch became less brilliant and the core colour passes in the case of air from gold-yellow towards mauve.

If is was a simple thermal ionisation the torch would estinguish at low pressures, because on one hand the energy density on the unity of volume is decreasing and on the other hand the radiation surface as well as the connection surface between the discharge and the surrounding medium are increasing.

2. The apparition of simple and double maxima as well as plasmoïdes in some cases cannot be explained by thermal ionisation but are well explained by electro-magnetic field propagation phenomena in ionised gases, already observed at lower pressures of 0.001 — 0.1 torr [24, 25].

The speed of this propagation is direct proportional to the core radius. In the places where the radius is great the stratifications are for between and where the radius is small they are dense and more brilliant.

The electromagnetic propagation from these discharges is similar to that on conductors according to the theory made by T. V. Ionescu [24, 25].

3. The spectroscopical measurements made by other authors were taken into account, they leading to the same conclusions in the case of air, nitrogen and technical argon even under normal pressure [9, 16, 18, 19].

4. The fact that into the electrode layers sometimes appear simple or double stratifications at the same time with their presence into the core or mantle of the discharge proves the same ionisation mechanism both into the layers and discharge.

5. The principal phenomenon in the high frequency electronic torch is the electrical excitation that is maintaining the ionisation of the discharge in all the gases investigated.

At low pressures the flame is gotting more stable because the mean free pass of the electrons and positive ions is longer in this case and consequently the absorbed energy from the high frequency electric field between two consecutive collisions are greater too.

The thermal ionisation play a secundary role only at high powers, pressures and frequencies.

This is proved too by the fact that if the high frequency current is cut down the discharge cannot maintain and disappears without delay [15].

It is possible that other causes would also take part in the torch ionisation. These causes should be examined later.

This work has been made under the leadership of Acad. Prof. Dr. Th. V. Ionescu to whom the author is expressing his gratitude for the precious suggestions and aid granted.

REFERENCES

1 Zilitinchevici; Telegrafia i telefonia bez provodov, 9, 652, 1928.
2 J. D. Cobine and D. A. Wilbur, General Electric Research Lab. Schenectady, New-York, Nov. 24, 1950.
3 T. Bohaţiel, Rev. Roum. de Phys, 9, 1964, 431.
4 T. Bohăţiel, C. R. Acad. Sc. Paris, 254, 1962, p. 3642.
5 T. Bohăţiel, C. R. Acad. Sc. Paris, 260, 1965, p. 4954.
6 M. Nejman, Izv. electroprom. slabogo toka. 7, 1935, 1.
7 G. Cristescu şi R. Grigorovici Buletin ştiinţific, secţia ştiinţe mat. şi fiz. Tom. IV, Nr. 2, 1952.
8 A. M. Prokofiev, N. T. 20, 802, 1950.
9 K. N. Mocialov, A. Nichiforov and A. S. Bogonoştev, J.E.T.F., T. 20, Vîp.5, 1950.
10 I. D. Cobine and D. A. Wilbur, General Electric Research Lab. Schenectady New York Nov. 24, 1950.
11 G. Cristescu and R. Grigorovici, Bull. Soc. Roumaine de Physique, 42, 37, 1941.
12 G. S. Solnţev, M. Z. Xohlov and E. a. Rodina, I.E.T.F., T 22, Vîp. 4, 1952.
13 L. V. Popov, A. L. Stolov, V. Zap. Kazan. Univ. 1953, 113, 981.
14 R. Rompe, B. Winde, Arbeitstagung Gasentladungs Physik.
15 L. Molvo, H. Beer, H. Hertz, Inst. Dan Berlin Adlershof 1953
16 G. Cristescu and R. Grigorovici, Revue de Physique, Tom 5, no. 3, 1955.
17 V. Trunecek, Publ. Fac. Sci. Univ. Brno, nr. 403, 199—252, 1959
18 Janca Jan, A. Talsky, Folia Fac. Sci Nat. Univ. Brno, tom VI opus 2, p. 51.
19 U. Jecht, W. Kessel, Zs. f. Phys., 178, 1964, 133.
20 I. Kratochvil, A. Talsky, Folia Sci. Nat. Univ. Brno, 1965, p. 63.
21 G. D. Cristescu and R. Grigorovici, Anal. Acad. R. P. Române, Tom III Mem 3-1949, p. 69.
22 T. Bohăţiel, Rev. Roum. Phys., Tome 13, N 6, 1968, p. 497.
23 T. Bohăţiel, Rev. Roum. Phys., Tome 13, N°8, 1968, p. 727.
24 Th. V. Ionescu, Journal de Phys. et de Radium, Série VII, Tome V, N°11, p. 578—1934.
25 Th. V. Ionescu, Revue de Physique, Tome III, N°2, p. 89, 1958.
26 R. W. Wood, Phys. Rev. t. 35, Nr. 7, April, 1930, p.1.
27 M^{lle} M. Chenot, C.R. 16 mars 1931, t. 192. p. 673
28 M^{lle} M. Chenot. C,R, 5 janvier 1931, t. 192 p. 38
29 M^{lle} M. Chenot, Ann. de Phys., 1948, 8, 227.
30 V. Trunecek, Folia Fac. Sci. Nat. Univ. Brno, 1965.
31 A. M. Eliaşevici, Spectroscopia atomică şi molec., p. 3 1969.

НЕКОТОРЫЕ ЯВЛЕНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЧЕСКОГО ПОЛЯ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ФАКЕЛЕ ПРИ СУБАТМОСФЕРНЫХ ДАВЛЕНИЯЫХ

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В работе обсуждается целый ряд новых явлений, замеченных в высокочастотном факеле. Эти явления, как например, простые стратификации, двойные или плазмоиды были объяснены как появляющиеся вследствии распространения электромагнетического поля в высокочастотной плазме. Используя формулу скорости распространения электромагнетическогполя в ионизированных газах (формула Ф. В. Ионеску), вычислили электронную плотносо при разрядке.

Главным механизмом ионизации является электрический, а не термический, так как термическая ионизация не может объяснить замеченные явления. Они объясняются точно при помощи распространения электром гнетического поля во всех изученных газах.

BESTIMMUNG DER UNGESTÖRTEN DIMENSIONEN UND DER THERMODYNAMISCHEN STARRHEIT DER MAKROMOLEKULEN VON HEXAPOLYAMID DURCH VISKOSITATSMESSUNGEN.

M. COJOCARU

Einleitung

Die Erforschung hudrodynamischer Eigenschaften der Polymerlösungen, ist eine der Hauptprobleme mit grosser Wichtigkeit für Theorie und Praxis. Wichtig und aktuell ist auch die Festellung der chemischen Struktur der Makromolekülen und der Eigenschaften des polymerischen Materials, das von jenen konstituirt wird. Eine grosse Anzahl von Informationen, notwendig für die Feststellung dieser Verbindung, kann aus dem Studium verdünnter Polymerlösungen entnommen werden.

Weil Hexapolyamid ein Polymer grosser industrieller Anwendung ist, war es oft der Gegenstand vieler Laborforschungen. Doch kann man sagen, dass die hydrodynamischen Eigenschaften dessen wichtigen Polymers nicht genügend erforscht worden sind [1,2].

Der Zweck dieser Arbeit ist eine ausführlichere Schilderung des Verhaltens der Makromolekülen von Hexapolyamid (P-6) in Lösungen, um in erster Reihe die Abschätzung der ungestörten Dimensionen und der thermodynamischen Starrheit der Makromolekülketten dieses Polymers zu verfolgen.

Das Polymer und die verwendete Methodik

Das Polymer, ein Produkt der Kunstfaserwerken aus Săvinești, mit der geschäftsmässigen Benennung Relon, wurde durch die Fällungsmethode aus einer 85% Ameisensäurelösung fraktio niert. Als Fällungsmittel wurde destilliertes Wasser verwendet.

Vor der Fraktionierung wurde das Hexapolyamid, mit einem Molekülgewicht von etwa 20.000, durch Lösen und Fällung gereinigt. Aus neun gewoneenen Fraktionen wurden sieben untersucht.

Die Strömungszeit des Lösungsmittel durch das Kapillar des von uns mit schwebenden Niveau gebrauchten Zähigkeitsmessgerätes, war etwa 179 sec.

Die Messungen wurden bei einer Temperatur von (20 ± 0,05)°C vorgenommen.

Versuchsergebnisse mit ihrer Diskussion

Die in der zweiten Spalte der Tabelle 1 angeführten charekteristischen Zähigkeiten wurden aus der hugginsschen Gleichung (3) durch eine Extrapolierung der Grösse $\frac{\eta_{sp}}{C}$ gegen $C \to 0$ erhalten. Die so erhaltenen charakteristischen Zähigkeiten der Fraktionen von P-6 in 85% Ameisensäure, wurden zur Berechnung der Molekülgewichte aus der Gleichung (1) verwendet.

$$[\eta] = 7{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot M^{0{,}7} \tag{1}$$

Wie es aus (1) hervorgeht, der in der allgemeinen Viskositätsgleichung $[\eta] = KM^{\alpha}$ vorkomemnde Exponent von M ist : $\alpha = 0{,}7$. Dieser Wert (relativ gross) von α zeigt, dass 85% Ameisensäure ein gutes Lösungsmittel gegenüber (P-6) ist.

Aus der vierten Spalte der Tabelle 1 ist es ersichtlich, dass der Polymerisationsgrad P grosse, zwischen 335 und 53 liegende Werte hat. Für ein lineares Polymer, wie es hier (P-6) ist, solche Werte des Parameters P zeigen für die Umrisslänge L der Ketten Werte zwischen 2900 und 460 A° (die Berechnung wurde nach dem in [7] vorgeschlagenen Modell gemacht). Nimmt man die oben angeführten Tatsachen in Betracht und auch die hohe Polarität des gebrauchten Lösungs- mittel, dann können wir die Existenz der statiscischen Knàueln in der Lösung annehmen.

Mit der Bedingung, dass die in der Lösung befindenden Makromolekülen statistische Knäuel sind, können wir die Gleichung von Flory [4] :

$$(\overline{h^2})^{1/2} = \frac{[\eta] \cdot M}{\Phi} \tag{2}$$

für die Berechnung der statistischen Dimenssionen der in den thermodynamisch guten Lösungsmitteln befindenden Makromolekülen verwenden.

TABELLE 1

Nr. der Fraktion	$[\eta]\frac{dl}{g}$	$M.10^{-3}$	P	$(\overline{h^2_\theta})^{1/2}$	$(\overline{h^2})^{1/2}$	$\left(\frac{\overline{h^2}}{\overline{h^2_\theta}}\right)^{1/2}$	$L(A°)$	$\left(\frac{\overline{h^2_\theta}}{P}\right)^{1/2} \cdot 10^8$
2	1,20	37,8	335	194	280	1,44	2900	10,6
3	1,05	31,2	276	176	250	1,42	2400	10,8
4	0,84	22,7	201	151	210	1,39	1800	10,5
5	0,68	16,9	150	130	176	1,35	1300	10,6
6	0,53	11,8	104	110	144	1,32	910	10,8
7	0,45	9,1	81	96	124	1,28	710	10,7
8	0,33	6,0	53	77	98	1,27	460	10,6

Mittelvert 10,6

Die Ergebnisse der mit der Gleichung (2), in der wir für $\Phi = 2{,}1 \cdot 10^{21}$ dl/g (der Wert der für thermodynamisch guten Lösungsmitteln floryschen Konstante) genommen haben, durchgeführten Rechnungen sind in der vierten Spalte der Tabelle 1 gezeigt.

Zur Abschätzung des Starrheisparameters $(\overline{h_\theta^2}/M)^{1/2}$ [in dem $(\overline{h_\theta^2})^{1/2}$ die statistische Dimensionen des Makromoleküls in dem Lösungsmittel „θ" und M dasMolekülgewicht ist] der Makromolekülkette, verwenden wir eine der neuesten und am meist gebrauchten, zum ersten Male von Stokmayer und Fixman vorgeschlagene Methode der graphischen Extrapolierung [5].

Diese Autoren zeigten, das (2) unter der Form

$$\frac{[\eta]}{\sqrt{M}} = K_\theta + 0{,}51\ B.\ \Phi_\theta \sqrt{M} \tag{3}$$

geschrieben werden kann, wo

$$K_\theta = \Phi_\theta \left(\frac{\overline{h_\theta^2}}{M}\right)^{3/2} \tag{3'}$$

ist und

Φ_θ — die florysche Konstante des Lösungsmittels „θ"

B — ein die Wechselwirkung Polymer-Lösungsmittel charakterisierenden Koeffizient.

Die Gleichung (3) ermöglicht aus der graphischen Darstellung $\frac{[\eta]}{\sqrt{M}} = f(\sqrt{M})$ die Bestimmung der Werte von $(\overline{h_\theta^2})^{1/2}$ und des Koeffizienten B.

Wie es aus Abbildung 1 ersichtlich ist, liegen die betreffenden Punkte auf einer Gerade, was eine Garantie der Anwendung von (3) für die Bestimmung der ungestörten Dimensionen der Polymerketten mit Hilfe der in den Spalten 2 und 3 der Tabelle 1 geschriebenen Werte ist.

Um einen Vergleich zwischen dem Parameter thermodynamischer Starrheit der Hexapolyamidketten und demselben Parameter andererstudierten Polymeren zu ziehen, muss man die Gleichung (3′) sondern, dass an Stelle von $(\overline{h_\theta^2/M})^{1/2}$, $(\overline{h_\theta^2/P})^{1/2}$ kommt, wo P der Grad der Polymerisation bedeutet.

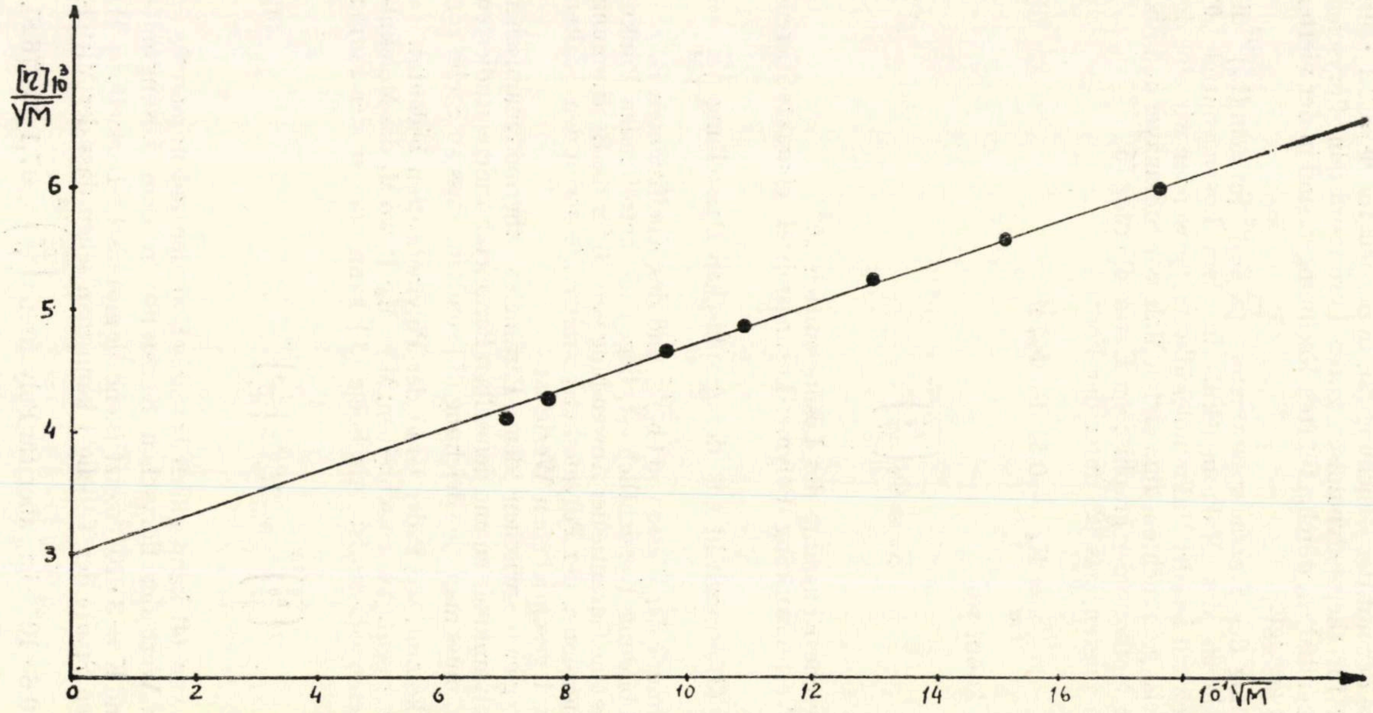
Zu diesem Zweck genügt es zu schreiben: $M = M_0 \cdot P$, wo M_0 das Molekülgewicht des monomeren Gliedes ist. Als Folge (3′) kann man in der Form:

$$\left(\frac{\overline{h_\theta^2}}{P}\right)^{1/2} = M_0^{1/2} \cdot \left(\frac{K_a}{\Phi_e}\right)^{1/3} \tag{4}$$

schreiben.

Die rechte Seite von (4) kann gleich berechnet werden indem man $\Phi_\theta = 2{,}84 \cdot 10^{21}$ dl/g (der Wert der floryschen Konstante in dem Lösungsmittel „θ"), $M_0 = 113$ und $K = 3 \cdot 10^{-3}$ setzt (siehe die graphische Darstellung 1).

Aus der neunten Spalte der Tabelle 1 kann man sehen dass der Mittelwert dieser Grösse $10{,}6 \cdot 10^{-8}$ ist, aber für Polystiren: $\left(\frac{\overline{h_\theta^2}}{P}\right)^{1/2} = 7{,}1 \cdot 10^{-8}$[6,8].



1. — Verlauf des Verhältnisses $\frac{[\eta]}{\sqrt{M}}$ nach $\sqrt{M}$ für Polyamid-6 in 85% Ameisensäure (Hexapolyamid Polyamid-6)

Die in der Literatur [8] sich findende Werte für Polystiren und Polyamid —6,6 zeigen, dass diese zwei Polymere sich in der Kategorie typisch elastischer Ketten befinden.

Weil das in dieser Arbeit studierte Polymer sich nicht viel im Sinne der Struktur von Polyamid — 6,6 unterscheidet, ist es zu erwarten, dass auch ihre thermodynamischen Elastizitäten sich nicht viel unterscheiden. Der in der Spalte IX der Tabelle 1 angeführte Parameter thermodynamischer Starrheit unterstreicht dieses. Wenn man annimmt, dass die Hexapolyamidketten eine etwas grösser Starrheit besitzen, dann muss man diese durch eine etwas kräftigere elektrostatische Wechselwirkung zwischen den längs der Kette verteilten polaren Gruppen, erklären. Messungen von Dipolmomenten der Makromoleküllen von P—6 in verdünnten Lösungen, könnten hochwertige Andeutungen über ihr Verhalten geben, wenn diese als unabhängige kinetische Einheitenangesehen werden.

Das sind die Uberlegungen, die uns zur weiteren Erforschung der verdünnten Polymerlösungen ansporNen. Die Ergebnisse dieses letzteren Studiums an dem man noch arbeitet, werden den Gegenstand einer anderen Mitteilung sein.

FACHLITERATUR

1 R. Bennewitz: — Faserforschung, Textil **5**, **155** (1954)
2 J. Rusznak, J. Geczy: Faserforschung, Textil **7**, 490 (1956)
3 M. Huggins: J. Amer Chem Soc. *ôs*, 2716 (1942)
4 P. J. Flory: Principles of polymer chemistry, N—Y (1953)
5 W. M. Stokmayer, M. Fixman: J. Polym. Sci. *Cl*, 137 (1963)
6 В. Э. Ескин, А. Е. Нестеров: — Высоко. Молек. соединения № **12** Т. А. IX, **262** **1967**)
7 Holmes D. R., Bunn C. W., Smith D. I.: J. Polym. Sci 17 Nr. 84, 159 (1955)
8 В. Н. Цветков, В. Е. Эскин: — С. Я. Френкель — Структура макромолекул в расторах. Москва, **1964** г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕПЕРТУРБИРОВАННЫХ РАЗМЕРОВ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ ЖЕСТКОСТИ МАКРОМОЛЕКУЛ ПОЛИАМИДА-6 ПРИ ВИСКОЗИМЕТРИЧЕСКОМ ИЗМЕРЕНИИ

КРАТКОЕ ОСДЕРЖАНИЕ

Применяя вискозиметрический метод для оценки невозмущённых размеров и термодинамической жесткости полимерных цепей полиамиды-6 приходим к выводу что если макромолекулярные цепи этого полимера несколько более жесткие чем у других полимеров того же класса, (полиамиды-6, 6) то эта жесткость должна быть связана с более сильным электростатическим взаимодействием полярных соседних групп.

INSTALAȚIE OPTICO-ULTRASONICĂ PENTRU MĂSURAREA VITEZEI ȘI ABSORBȚIEI ULTRASUNETELOR ÎN LICHIDE

VASILE N. DIMA și GHERBANOVSCHI CLEOPATRA

Pentru investigarea stării lichide am ales o metodă optico-ultrasonică ce se bazează pe fenomenul cunoscut al difracției luminii pe undele ultrasonore care se propagă în lichid.

Se cunoaște din optică că diferența de drum dintre două raze difractate vecine (fig. 1) este

$$\Delta = a\sin \varphi_n$$

iar pentru

$$\Delta = n\lambda = a \sin \varphi_n \qquad (1$$

se obțin maximele de difracție.

Independent unii de alții Debye și Sears, Lucas și Biquard în deceniul IV al secolului nostru au constatat că se obține difracția luminii și pe rețeaua ultrasonoră.

O undă ultrasonoră longitudinală care se propagă într-un lichid provoacă comprimări și dilatări periodice ale lichidului. Densitatea lichidului variază periodic, deci și indicele de refracție a luminii. Se formează deci o rețea spațială de difracție, comprimările corespunzînd regiunilor opace, iar dilatările regiu-

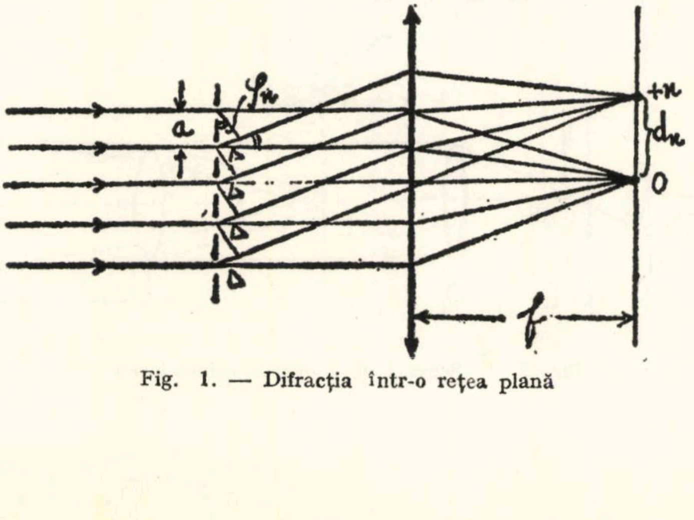


Fig. 1. — Difracția într-o rețea plană

nilor transparente dintr-o reţea de difracţie obişnuită. Constanta acestei reţele este egală cu lungimea de undă Λ a ultrasunetului.

În acest caz relaţia (1) devine

$$\Lambda \sin \varphi_n = n\lambda \tag{2}$$

Deoarece $d_n \ll f$, putem introduce aproximaţiile

$$\sin \varphi_n \simeq \operatorname{tg} \varphi_n = \frac{d_n}{f},$$

relaţia (2) devine

$$\Lambda \frac{d_n}{f} = n\lambda \tag{3}$$

Dar $\Lambda = \frac{c}{\nu}$, c fiind viteza ultrasunetelor şi ν frecvenţa.

Înlocuind în (3) obţinem pentru viteză expresia

$$c = \frac{n\lambda f \nu}{d_n}, \quad (n = 1,2,3\ldots) \tag{4}$$

Dacă se măsoară d_n pentru un anumit ordin de difracţie, de exemplu ± 1, şi frecvenţa ultrasunetelor, cunoscînd f şi lungimea de undă a luminii, se poate afla viteza c.

Schema instalaţiei

Lumina provenită de la o sursă S (fig. 2) constituită dintr-o lampă de descărcare cu vapori de mercur, cade pe lentila condensor C. După ce trece prin filtrul F, lumina transmisă formează o imagine punctiformă a sursei. În locul unde se formează această imagine se pune o fantă F_1 care se află totodată în planul focal al lentilei convergente O_1. Aceasta formează un fascicol paralel de lumină monocromatică (obţinută cu ajutorul filtrului), ce străbate cuva cu lichidul de studiat. În acesta se propagă pe direcţie verticală unde ultrasonore generate prin efect piezoelectric de către cristalul de cuarţ Q alimentat de la un generator de înaltă frecvenţă.

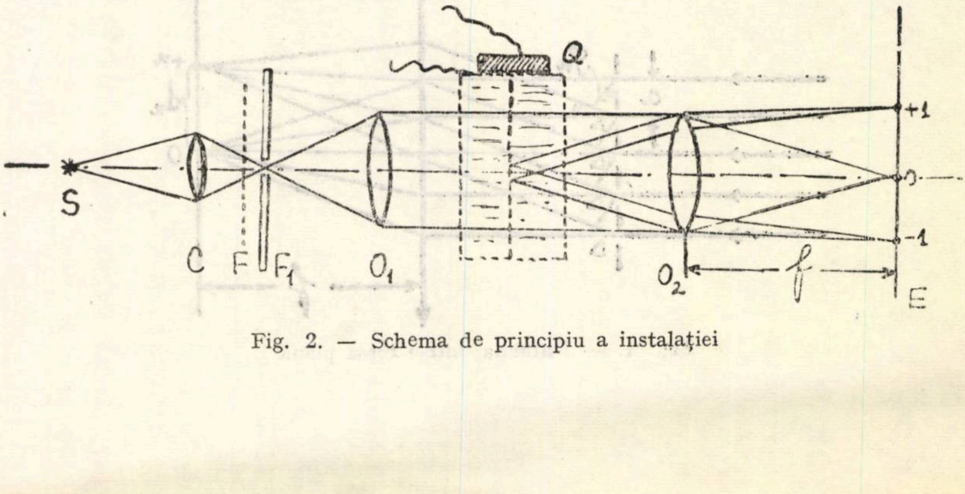


Fig. 2. — Schema de principiu a instalaţiei

Aşa cum s-a arătat, ultrasunetele formează în lichid o reţea spaţială pe care lumina monocromatică se difractă. Cu ajutorul lentilei convergente O_2 pe ecranul E situat în planul focal se formează imaginea spectrului de difracţie: în centru, pe axa orizontală apare maximul central, iar deasupra şi dedesubtul lui maximele de difracţie ± 1, ± 2, ± 3.

Măsurarea vitezei ultrasunetelor

Atît pentru măsurarea vitezei cît şi a absorbţiei am adoptat o metodă fotografică. Cu ajutorul unui aparat fotografic fixat în locul ecranului E, se obţine pe film după fotografiere şi developare, imaginea de difracţie. Deoarece intensitatea luminii în maximul central este mult mai mare decît în maximele ± 1, pentru a mări sensibilitatea metodei se obturează maximul central cu o fîşie subţire de hîrtie neagră astfel încît pe film vor apare doar cele două maxime.

Măsurînd cu ajutorul unui microfotometru distanţa dintre maxime şi folosind relaţia (4), se determină viteza c, după ce s-a măsurat cu un frecvenţmetru frecvenţa ultrasunetelor. Lungimea de undă a luminii şi distanţa focală sînt cunoscute, constituind constantele instalaţiei. De menţionat că distanţa măsurată prin microfotometrare este dublul distanţei din formula (4).

Măsurarea coeficientului de absorbţie

Absorbţia unei unde ultrasonore plane într-un mediu se face după legea exponenţială cunoscută, care pentru amplitudine se scrie

$$A(x) = A_0 e^{-\alpha x} \qquad (5)$$

unde A_0 este amplitudinea pentru $x = 0$, iar α coeficientul de absorbţie. O lege de absorbţie de tipul (5) este valabilă şi pentru intensitate. Deoarece $I \sim A^2$ avem

$$I(x) = I_0 e^{-2\alpha x} \qquad (6)$$

Scriind cele două relaţii de mai sus pentru două puncte x_1 şi x_2, obţinem respectiv

$$\alpha = \frac{1}{x_2 - x_1} \ln \frac{A_1}{A_2} \qquad (7)$$

$$\alpha = \frac{1}{2(x_2 - x_1)} \ln \frac{I_1}{I_2} \qquad (8)$$

Noi am adoptat şi pentru măsurarea absorbţiei tot o metodă fotografică după cea folosită la Laboratorul de ultraacustică moleculară al Catedrei de Fizică Moleculară de la Universitatea Lomonosov din Moscova.

Intensitatea luminii difractate în cadrul aceluiaşi maxim variază datorită absorbţiei ultrasunetelor care provoacă micşorarea amplitudinii de variaţie a indicelui de refracţie.

Legătura dintre intensitatea ultrasunetelor şi cea a luminii difractate a fost stabilită de Debye. Conform teoriei lui Debye, pentru amplitudini mici ale ultrasunetelor (pentru care apar doar maximele ± 1), între intensitatea ultrasunetelor şi cea a luminii din spectrul I există o dependenţă liniară. Teoria lui Debye a fost verificată experimental.

Intensitatea luminii dintr-un maxim se apreciază după mărimea înegririi S a peliculei, între cele două mărimi existînd relaţia liniară

$$S = \gamma \log I - \delta \tag{9}$$

unde γ şi δ sînt două mărimi constante pentru o fotopeliculă dată ; γ se numeşte coeficient de contrast.

Înlocuind (6) în (9) obţinem

$$S = \gamma (\log I_0 - 2\,\alpha\, x \log e) - \delta \tag{10}$$

Scriind (10) pentru două puncte diferite x_1 şi x_2 avem

$$S_1 = \gamma(\log I_0 - 2\alpha x_1 \log e) - \delta$$

$$S_2 = \gamma(\log I_0 - 2\alpha x_2 \log e) - \delta$$

sau

$$S_1 - S_2 = 2\alpha(x_2 - x_1) \log e$$

de unde

$$\alpha = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{S_1 - S_2}{x_2 - x_1} \cdot \frac{1}{2 \log e} \tag{11}$$

Imaginea cîmpului optic se obţine prin fotografiere, aşezînd aparatul foto într-o poziţie situată la dublul distanţei focale f faţă de obiectivul O_2. În caz contrar în relaţiile ce se obţin pentru α trebuie introdusă o corecţie legată de mărirea liniară.

Înegrirea fotopeliculei scade liniar cu distanţa măsurată din dreptul piezocuarţului, astfel încît raportul

$$\alpha' = \frac{S_1 - S_2}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta S}{\Delta x}$$

reprezintă panta cu semn schimbat a dreptei S(x).

Relaţia (11) devine

$$\alpha = 1{,}152 \cdot \frac{\alpha'}{\gamma} \tag{12}$$

Mărimea α' numită şi coeficient de absorbţie indirect, se determină din graficul S(x) construit pe baza datelor obţinute în urma microfotometrării cadrului de film respectiv.

Coeficientul de contrast γ se obţine din datele microfotometrării fotografiilor unui atenuator în trepte etalonat. Panta porţiunii liniare a curbei S(I) a atenuatorului este coeficientul de contrast.

Descrierea instalaţiei

Intensitatea luminii de lucru trebuie să fie relativ mare pentru a acoperi numeroasele absorbţii ce se produc între sursă şi receptor, astfel încît la acesta să ajungă o intensitate mai mare decît cea limită pentru care filmul folosit mai este sensibil. Lampa DPШ — 1000 pe care o folosim asigură intensitatea de lucru necesară. Alimentarea lămpii se face printr-un drosel (fig.3), iar declanşarea descărcării se realizează folosind un tester de vid.

Pentru protejarea experimentatorilor faţă de pericolul exploziei lămpii, cît şi împotriva puternicelor radiaţii ultraviolete pe care le emite, lampa se fixează într-o cutie metalică. Pentru asigurarea răcirii lămpii se folosesc două ventilatoare electrice.

Imaginile de difracţie atît pentru viteză, cît şi pentru absorbţie, se fixează pe hîrtie fotografică de mare sensibilitate, folosind un aparat foto cu prizmă Zenit-3M.

Pentru excitarea piezocuarţului folosim un generator de înaltă frecvenţă şi de putere. Pentru construirea lui am adoptat o schemă concepută de Laboratorul de Construcţii Electronice al Facultăţii de Fizică a Universităţii Lomonosov din Moscova.

Generatorul realizat la catedra noastră printr-o construcţie originală tehnică, are următoarele performanţe absolut necesare pentru scopul în care este folosit :

— o stabilizare bună a semnalului emis, stabilizare realizată cu un grup de 6 lămpi de tipul CГ (stabilovolţi). Stabilitatea frecvenţei este de 10^{-4}—10^{-5}, adică apropiată de cea a generatoarelor cu cuarţ (10^{-5}—10^{-6}).

— generează un spectru continuu de frecvenţe (1—20 MHz).

— o putere considerabilă a semnalului (1—8W), necesară pentru a excita înafara frecvenţelor fundamentale şi armonicele.

Tensiunea semnalului poate fi variată continuu în limitele 0—150 V.

Alimentarea piezocuarţurilor se realizează cu ajutorul unui cablu coaxial acordat în prealabil.

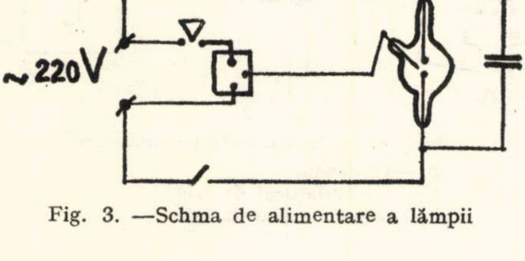


Fig. 3. —Schma de alimentare a lămpii

Pentru a asigura studiul variaţiei cu temperatura a vitezei şi absorbţiei am construit un sistem special de termostatare capabil să lucreze atît la temperaturi ridicate, cît şi la temperaturi coborîte.

Cuva conţinînd lichidul de studiat se aşază între două cutii metalice în formă de U, prin care circulă lichidul termostatic. Acestea se află în interiorul unei alte cutii confecţionate din plexi şi căptuşită cu plăci groase de polistiren. Sursa rece (acumulatorul de frig) este constituită din doi cilindri concentrici, izolaţi termic de exterior, în care se află două serpentine de răcire. Ca element răcitor se foloseşte, după intervalul de temperatură necesar, apă cu ghiaţă, „zăpadă carbonică", sau alte amestecuri frigorifice.

Un ultratermostat de tip Wöbster pompează lichidul termostatic în instalaţie prin conducte izolate termic de exterior cu straturi groase de azbest.

Măsurarea temperaturii se face cu ajutorul unui termocuplu Cu-Constantan etalonat în prealabil. Precizia măsurării temperaturii este de 0,1 grade, adică de ordinul de mărime a diferenţelor de temperatură create în lichidul de studiu de către ultrasunete.

Funcţionarea instalaţiei este condiţionată de asigurarea unei perpendicularităţi riguroase între fascicolul luminos şi cea a fascicolului ultrasonor. În acest sens suportul cuvei cu lichidul de studiu a fost prevăzut cu şuruburi care asigură modificarea direcţiei ultrasunetelor pînă la atingerea perpendicularităţii necesare. Acest lucru se constată după intensitatea celor două maxime, care trebuie să fie aceeaşi.

Timpii de expunere variază de la fracţiuni de secundă la cîteva zeci de secunde după caz. Timpul de expunere optim se poate găsi numai prin încercări experimentale. Lungimea de undă a luminii monocromatice folosite (lumina verde) este $\lambda = 5461$ Å.

Metoda permite obţinerea unei precizii foarte bune asupra măsurării vitezei şi anume 0,5%, precizie care este egală cu cea obţinută prin metode de impulsuri sau interferometrice.

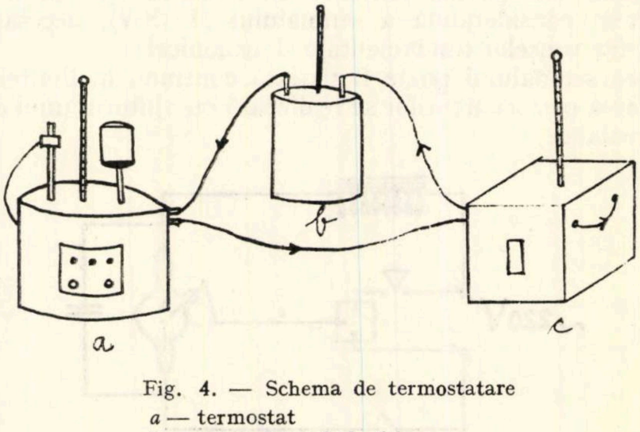


Fig. 4. — Schema de termostatare

a — termostat
b — acumulatorul de frig
c — camera termostatică

Pentru determinarea lui α trebuie fotografiat doar unul din cele două maxime ± 1. Pentru aceasta cu ajutorul unui obturator special este reținut maximul central și maximul -1 de exemplu, trecînd mai departe maximul $+1$ care se studiază. Pe aceeași peliculă se fotografiază și atenuatorul în trepte în absența excitării piezocuarțului, folosind același fascicol de lumină verde. În acest scop folosim un teleobiectiv Jupiter 11.

Precizia măsurării lui α este de 7—10%, adică mai bună decît la metodele mecanice, termice și interferometrice, fiind inferioară doar preciziei metodelor impulsive care este de 3—5%.

Principala contribuție la eroarea asupra lui α este adusă de neomogenitatea cîmpului optic datorată faptului că piezocuarțul nu vibrează ca un monocristal. O condiție necesară pentru obținerea unor măsurători precise ale absorbției constă în asigurarea unor perfecte purități ale suprafețelor elementelor optice ale instalației.

Metoda prezentată mai sus are următoarele avantaje :

— deoarece măsurătorile se fac în timpi mult mai mici decît timpii în care frecvența generatorului ar putea varia sensibil, frecvența măsurată în timpul fotografierii este riguros cea reală.

— metoda permite studierea omogenității, calității și geometriei cîmpului acustic folosit pentru efectuarea eventualelor corecții.

— metoda permite lucrul la orice frecvență și în orice lichid transparent.

— prin fixarea imaginilor pe fotopeliculă se asigură controlul și confruntarea rezultatelor altor metode în orice timp.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Bergmann: Ultrazvuk, Ed. I. L., Moscova 1956
2. I. G. Mihailov: Rasprostranenie ultrazvukovîh voln v jidkostiah Ed. G.I.T.T.L., Moscova-Leningrad, 1949
3. B. Smirnov: Disertația, MOPI, 1961
4. I. C. Petrea: Disertația, Moscova, 1963

ОПТИЧЕСКАЯ УЛЬТРАЗВУКОВАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ И ПОГЛОЩЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВ В ЖИДКОСТЯХ

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В работе описана оптическая ультразвуковая установка для измерения фотографическим методом скорости и поглощения ультразвуков в жидкостях.

В первой части кратко изложена теория Дебая о дифракции света на ультразвуковой решетке. Указан метод нахождения коэффициента поглощения из данных, полученных при микрофотометрировании фотоплёнок. Приводится схема установки и её описание, а также условия нормальной работы.

В заключении указывается точность метода (для скорости и для поглощения), также преимущества его.

INSTALATION OPTIQUE-ULTRASONIQUE POUR LA MESURE DE LA VITESSE ET DE LA ABSORPTION DES ULTRASONS DANS LES LIQUIDES

RÉSUMÉ

On décrit une instalation optique-ultrasonique pour la mesure de vitesse et d'atténuation d'ultrasons dans les liquides par une méthode fotographique.

Dans la première partie on prèsente la théorie de Debye pour la diffraction de la lumière sur un réseau ultrasonique. On décrit aussi une méthode pour la détermination du coefficient d'absorption utilisant les données obtenues par la microphotometrie des films.

On donne le schèma et une bref description de l'instalation et les conditions de son juste fonctionement.

En conclusion on montre la précision de la méthode (pour la vitesse et l'atténuation) aussi que les avantages de cette méthode.

DETERMINATION OF THE RATIO CAPTURE CROSS SECTION AND ACTIVATING ENERGY OF THE HOLES FOR SENSITISING CENTERS IN ACTIVATED CdSe THIN LAYERS.

A. NICOLAU and C. TOPLICEANU

Introduction

The increased attention payed to the various photoelectrical properties of $A^{II} B^{VI}$ compounds thin layers is emphasized by the increased number of reports on the matter during the last few years [1, 4].

Certain applications are also to be found in reference to some of our previous works [5,6].

A stress should be layed on the fact that a full explanation of the high photosensitivity we obtained in activated CdSe thin layers as well as certain aspects related to the photo current saturation in high electric fields, cumpulsory requires a precise knowledge of sensitising centers position within the fnorbid forbidden den band and their capture cross sections. Our results on determifing the holes activating energy on te sensitising centers and the capture cross sections ratio in activated CdSe thin layers are presented in the present paper.

Generals.

The phenomenologycal theory of photoconductivity developed by Rosse [7] — [10] allows the above mentioned parameters determinations.

A portion of the forbidden band ranging between the lower edge of the $[E_c]$ conduction band, and the upper edge of the $[E_v]$ valence band is taken into account (Fig. 1).

Within the forbidden band we assume the presence of three categories of limited levels 1,2,3, their energyes E_1, E_2, E_3, the corresponding state densities N_1, N_2, N_3 and the concentrations of electron filled centers n_1, n_2, n_3. The respec-

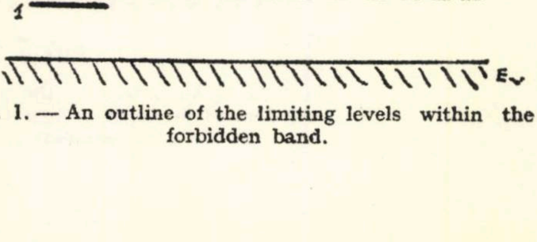


Fig. 1. — An outline of the limiting levels within the forbidden band.

tive Fermi's quasilevel and demarcation level of the holes were noted by E and E .

We assume the electrons capture probabilities as similar and equal to „c'' excepting the capture probability of electrons present into the conduction band by the centre 1, i.e. „c_1''.

We may also further assume the 2 nd level so deep as to avoid in its case, the thermal effects.

The transition probability of electrons from the valence band upon the 1 level

$$P_1 = cN_v \, exp\left(-\frac{E_1}{Tk}\right) \tag{1}$$

and electron transition upon the 3 level within the conduction band,

$$P_3 = cN_c \, exp\left(-\frac{E_3}{kT}\right) \tag{2}$$

respectively.

In the activated CdSe thin layers case, the three categories of limited levels have a real existance : levels 1 are due to Cd vacancies, levels 3 to chlorine impurities or Se vacancies and levels 2 in all probability to Se vacancies.

As the activated CdSe thin layers conductivity is of „n" type, one may assume $n \gg p$ and as the resistivity of these layers is pretty high $n \ll N_3$

a) In what is concerning the temperatures ranging around and above that of the environment, one may assume that level 1 is always below the holes demarcation level and Fermi's level always above level 1 and thus possible transitions are those shown in Fig. 2a.

The following are the equations in the stationary state of detailed equilibrium corresponding to these transitions :

$$F + P_3 n_3 = cn \, (N_2 - n_2 + N_1 - n_1) \tag{3}$$

$$F + P_1 n_1 = cp(n_1 + n_2 + n_3) \tag{4}$$

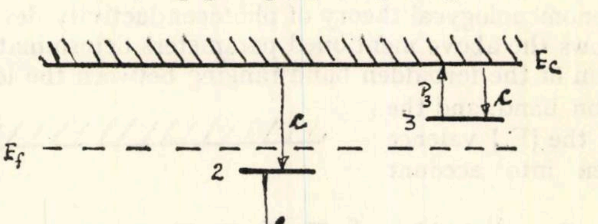


FiG. 2 (a)

Fig. 2. a. — An outline of the possible transitions upon /from limited levels at temperatures around/above the environment.

$$P_1(N_1 - n_1) = cpn_1 \tag{5}$$

$$cn(N_2 - n_2) = cn_2p \tag{6}$$

$$cn(N_3 - n_3) = P_3n_3 \tag{7}$$

where „n" and „p" represent the concentrations of free electrons and holes respectively and F is the mean value of electron — hole pairs generated by the light absorption. The neutrality condition corresponding to the above mentioned transitions will therefore be:

$$n + n_3 = p + (N_1 - n_1) + (N_2 - n_2) \tag{8}$$

The 5,6 and 7 relations are giving the n_1, n_2 and n_3 concentrations which, replaced into the neutrality condition (8) and (4) respectively are giving:

$$p = n^2 \frac{P_1(P_3 + cN_3)}{(P_3 + cn)\,[n(P_1 + cN_1) + P_1N_2]} \tag{9}$$

$$p = \frac{F}{c\left[N_1 + N_2 + \dfrac{cn\,N_3}{P_3 + cn}\right.} \tag{10}$$

Certain hypotheses concerning the 3 centers should be advanced in interpreting purposes:

A — The 3 centers are of the capturing type, i.e.

$$P_3 >> cn$$

In this case two situations are possible:

I) If $n(P_1 + cN_1) >> P_1N_2$, relations (9) and (10) are leading to

$$p = n\frac{P_1(P_3 + cN_3)}{P_3(P_1 + cN_1)} \tag{11}$$

$$p = \frac{F}{c(N_1 + N_2)} \tag{12}$$

The latter relations are showing that the free electrons concentrations satisfys a $n - F$ relation

II) If $n(P_1 + cN_1) < < P_1N_2$, the (9) and (10) relations are giving

$$p = n^2 \frac{P_3 + cN_3}{P_3N_2} \tag{13}$$

$$p = \frac{F}{c(N_1 + N_2)} \tag{14}$$

thus showing that $n \sim F \frac{1}{2}$

B — The 3 centers are of the recombination type, i.e.

$$P_3 < < cn$$

I) If $n(P_1 + cN_1) > > P_1N_2$, the (10) relations are leading to:

$$p = \frac{P_1(P_3 + cN_3)}{c(P_1 + cN_1)} \tag{15}$$

$$p = \frac{F}{c(N_1 + N_2 + N_3)} \tag{16}$$

thus showing that $n \sim F^{>1}$

II) — If$n(P_1 + cN_1) < < P_1N_2$ the (9) and (10) relations are giving:

$$p = n\frac{P_3 + cN_3}{cN_3} \tag{17}$$

$$p = \frac{F}{c(N_1 + N_2 + N_3)} \tag{18}$$

and therefore $n - F$

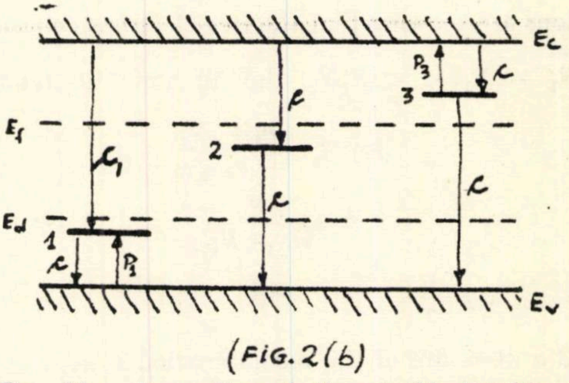
In sum, to achieve — in these temperature ranges — the transition from the $n \sim F^{<1}$ dependence to the $n \sim F^{>1}$ dependence the

$$ncN_1 = P_1N_2 \tag{19}$$

condition should be satisfied (as P_1 can be neglected) and therefore:

$$n = N_v = \frac{N_3}{N_1}\ exp\left(-\frac{E_1}{kT}\right) \tag{20}$$

b) Within the low temperature range Fermi's quasilevel holds a position with respect to level 1 that the electrons transitions within the level 1 conduction band and level 3 respectively within the valence band should be taken into account. In this case the possible transition are thase plotted in Fig. 2b. In this case the detailed equilibrium of the stationary state are:



(FIG. 2(b)

Fig. 2 b. — An outline of the possible transitions upon /from the limited levels to low temperatures.

$$\begin{cases} F + P_3 n_3 = cn(N_1 - n_1) + cn\,(N_1 - n_1 + N_2 - n_2 + N_3 - n_3 \\ F + P_1(N_1 - n_1) = cp(n_1 + n_2 + n_3) \\ P_1(N_1 - n_1) + c_1 n(N_1 - n_1) = cnp \\ cn(N_2 - n_2) = cn_2 p \\ cn(N_3 - n_3) = P_3 n_3 + cn_3 p \end{cases} \tag{21}$$

and the neutrality condition is:

$$n + n_3 = p + (N_1 - n_1) + (N_2 - n_2) + (N_3 - n_3) \tag{22}$$

A similar calculus to that given in paragraph (a) demonstrates that from the last three relations of (21) and the neutrality condition (22) it can be obtained

$$p = n \frac{P_1 N_3}{P_1(N_2 + N_3)\,(P_1 + c_1 n) + cnN_1} \tag{23}$$

whilst the second relation of (21) leads to an identical expression to (10).

Assuming that centers 1 are of capture type, i.e. $c_1 n < < P_1$ and centers 3 of the recombination type, the (23) relation leads to:

$$p = n \frac{P_1 N_3}{P_1(N_2 + N_3) + cnN_1} \tag{24}$$

and thus $n \sim F^{>1}$, and if the centers 1 are of the recombination type i.e $c_1 n > > P_1$

$$p = n \frac{c_1 N_3}{cN_1 + c_1(N_2 + N_3)} \tag{25}$$

and therefore $n \sim F^{\leqslant 1}$
In sum, the transition from $n \sim F^{>1}$ dependence to $n \sim \mathrm{F}^{\leqslant 1}$ dependence is a cumprilsory condition $c_1 n = P_1$ which leads to:

$$n = Nv \frac{S_p}{S_n} exp\left(-\frac{E^1}{kT}\right) \tag{26}$$

If we may assume that the carriers mobility is not varying too much in the transition points neighbourhood then the (20) and (26) relations transcribed for the photocurrents corresponding to the unitary intensity of the electric field become:

$$\left(\frac{i_f}{E}\right) = \alpha \frac{N_2}{N_1} exp\left(-\frac{E_1}{kT}\right) \tag{27}$$

and

$$\left(\frac{i_f}{E}\right) = \alpha \frac{S_p}{S_n} exp\left(-\frac{E_1}{kT}\right) \tag{28}$$

respectively, where α is a constant.

The latter relations allows the determination of activating energies of holes on the sensitising centers as well as the ratio of the capture cross sections.

The experiment

The general characteristics of the samples we used (structural, conduction and photoconduction properties) are given in [6]. Here we are borning ourselves to remaind that the sensitivity of the samples we employed is ranging between $10^5 - 10^6$ (see [6]).

The experiment is mainly consisting of measuring the photocurrent (at a constant field regime) function of the incident light intensity at various temperatures. A similar equipment to that described in [6] and [11] was used.

To cover the largest possible incident light intensity range, we utilised natural light passing through a water – filter. The intensity of the incident light was varied by a neutral filter and was measured by an integral detector whose characteristics are also described in [6]. The optical diagram is presented in fig. 3.

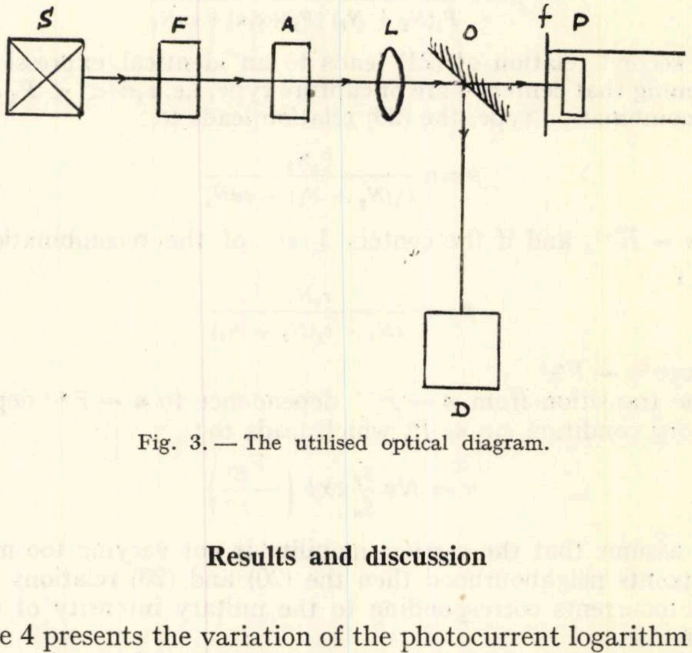


Fig. 3. — The utilised optical diagram.

Results and discussion

Figure 4 presents the variation of the photocurrent logarithm corresponding to the unitary electric field intensity function of the logarithm of the incident light intensity for some of the temperatures within the 170–360°K range.

If one plots the logarithm of the transition photocurrents from the

$$\frac{\Delta \lg\left(\frac{I_f}{E}\right)}{\Delta \lg J} > 1$$

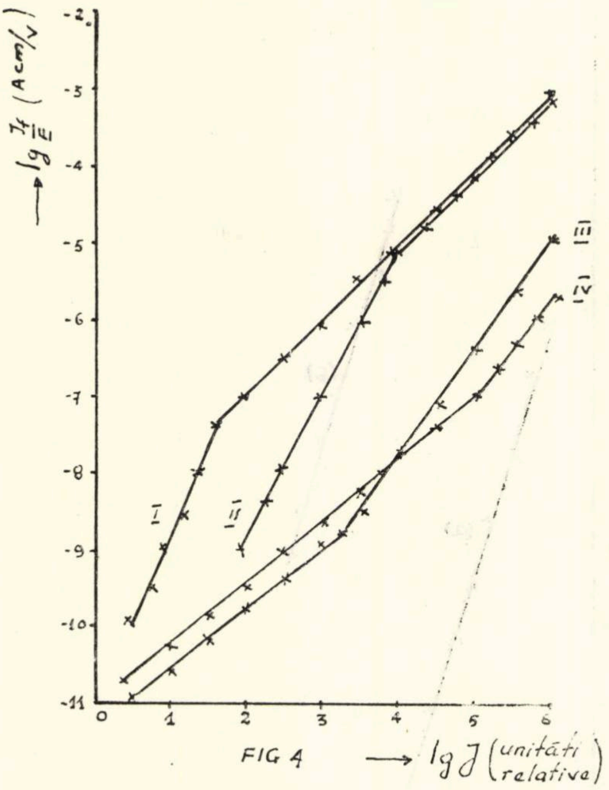


Fig. 4. — The variation of the photocurrent logarithm corresponding to the unitary electric field intensity function of the logarithm of the incident light intensity.

I: T = 183'K III: T = 286'K
II: T = 208 K IV: T = 333 K

dependence to the

$$\frac{\Delta \lg\left(\frac{I_f}{E}\right)}{\Delta \lg J} < 1$$

dependence function of the reverse temperature (b) and similar to those corresponding to the transition from the

$$\frac{\Delta \lg\left(\frac{I_f}{E}\right)}{\Delta \lg J} < 1$$

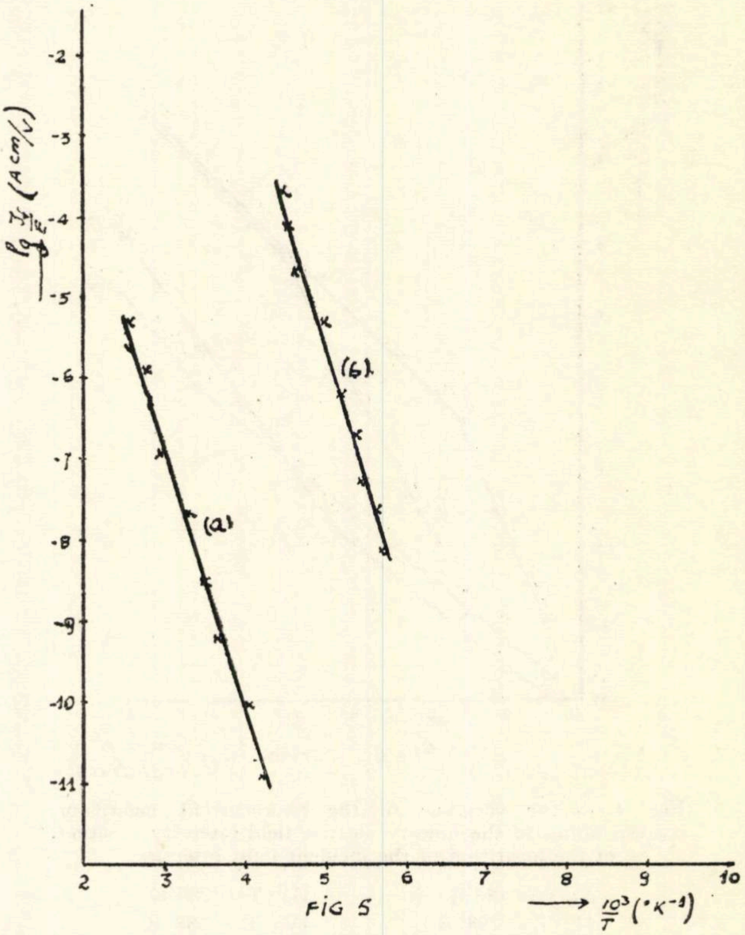


Fig. 5. — Transition photocurrent logarithm variation function of the reverse temperature.
a) Temperatures around/above those of environment.
b) Low temperatures.

dependence to

$$\frac{\Delta \lg\left(\frac{I_f}{E}\right)}{\Delta lg\, J} > 1$$

dependence, similar straight lines, to those in (a) and (b) plotted in Fig. 5. are obtained.

The slopes, of these straight lines lead to a mean value of the holes activating energy on the sensitising centers,

$$E_1 = (0{,}58 \pm 0{,}05)\mathrm{eV}$$

The ordinates at the straight lines origin of the (b) type are leading also to an mean ratio of capture cross sections equal to

$$\frac{S_p}{S_n} = 2 \cdot 10^6$$

In what is concerning the position of the sensitising centers level our results are generally in full agreement with those reported in literature [12]. If should be noted that we repeatedly obtained in our experiments a slightly higher ratio of capture cross sections than those reported in literature. This is probably due to the fact that we used samples having not entirely a single crystal structure. At the same time it should be mentioned that we obtained transitions on the

$$\lg\left(\frac{I_f}{E}\right) = f(\lg J)$$

straight lines slopes at temperatures lower by approximatively 60 — 70°K than those reported in [12, 13] for CdSe single crystals, thus demonstrating that scattering phenomena on to the lattice vibrations in the thin layers case are more affected by the temperature changes than those corresponding to single crystals.

REFERENCES

[1] S. G. Ellis; I. Phys Chem. Solids 29, 1139—1968.
[2] F. V. Schallcross: R.C.A. Rewiwv XXVIII, 4—1967.
[3] A. Brumsschweiler; Nature, 209, 493—1966.
[4] H. F. Foster; Jour. Appl. Phys. 38, 149—1967.
[5] A. Nicolau, C. Topliceanu, I. Munteanu, V. Ruxandra: An. Univ. Buc. 1967, 1968.
[6] A. Nicolau, C. Topliceanu, V. Ruxandra, I. Munteanu: Revue Romaine de Physique (va apare).
[7] A. Rose, R.C.A. Rev. 12, 362—1951.
[8] A. Rose, Phys. Rev. 97, 322—1955.
[9] A. Rose, Photoconductivity Conference, New York, 1956, pg.3.
[10] .A. Rose, Progres in Semiconductors, New York, 2, 109—1957
[11] A. Nicolau, C. Topliceanu: Revue Romaine de Physique (va apare)
[12] R. H. Bube and L. A. Barton: Jour. Chem. Phys. 29,1—1958
[13] R. H. Bube, J. Chem. Phys. Solids, 1, 234—157.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ СЕЧЕНИИ ЗАХВАТА И ЭНЕРГИИ АКТИВАЦИИ ДЫРОК ДЛЯ ЦЕНТРОВ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ В ТОНКИХ АКТИВИРОВАННЫХ ПЛЕНКАХ

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В этой работе сообщаются результаты, полученные для отношения сечении захвата центров чувствительности, а также энергия активации дырок с этих центров в тонких активированных пленках.

Вычисления были сделаны при рассматривании экспериментальных данных для изменения фототока в зависимости от интенсивности подающего излучения при различных температурах, на основе теории фотопроводимости.

QUELQUES CONSIDÉRATIONS SUR LA THÉORIE DE L'EFFET SCHOTTKY DANS DES STRUCTURES MDM

A. T. NICOLAU et I. I. MUNTEANU

1. Introduction

L'émission Schottky [1] constitue un des mécanismes de base en ce qu concerne le passage des porteurs à travers un système formé par deux métaux séparés par une mince couche de diélectrique.

Les recherches expérimentales ont fait voir que, pour des champs électriques très faibles appliqués à une structure du type métal-diélectrique-métal (MDM), les caractéristiques volt-ampèriques sont linéaires [2], et que pour des champs très intenses elles sont du type Schottky [3—9]. A la différence de l'effet Schottky habituel, dans les cas des structures MDM apparaissent une série de particularités spécifiques.

Si l'épaisseur de la couche de diélectrique d'entre les électrodes est petite, alors les forces d'image affecteront considérablement la forme et la hauteur de la barière potentielle entre les électrodes. L'énergie potentielle de l'électron qui se déplace entre deux électrodes rapprochés, a un maximum qui se situe à la moitié de la distance d'entre les électrodes. Après l'application d'un champ électrique, la position du maximum varie en fonction de la direction et de l'intensité du champ.

Les calculs faits par Simmons [10] dans cette direction, donnent de bons résultats pour la position du maximum et la hauteur de la barrière potentielle seulement pour de grandes intensités du champ électrique appliqué aux électrodes.

Dans la présente étude, ce problème a été repris et on expose que, dans certains domaines de variation du champ électrique, l'effet de la distance d'entre les électrodes peut être dominant.

Pour la densité du courant qui passe par une structure MDM, on a trouvé une expression générale qui, dans certaines conditions de particularisation, coïncide avec des formules bien connues, pour la densité du courant d'émission. Cette formule reste vraie pour des champs électriques aussi bien faibles qu'intenses.

De même, on expose que l'intensité du champ électrique pour lequel l'effet Schottky devient prédominant dépend de l'épaisseur de la couche de diélectrique entre les électrodes. Plus est mince la couche de diélectrique, d'autant plus sont nécessaires des chmps électriques plus grands, pour qu'ait lieu l'effet Schottky élémentaire.

2. La barriere potentielle entre les electrodes

Considérons deux électrodes métaliques de même nature, séparés par une couche de diélectrique de l'épaisseur d. Après l'application du champ électrique E ayant le signe négatif au premier électrode, la force avec laquelle un électron est attiré vers le premier électrode, peut s'écrire ainsi,

$$f = \frac{q^2}{16\pi\, \varepsilon_o \mathrm{k}}\left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(d-x)^2}\right] - qE \tag{1}$$

Dans cette formule ε_o est la constante diélectrique du vide, k est la constante diélectrique de l'isolateur entre les électrodes, q est la charge de l'électron, et x est la distance à laquelle se trouve l'électron en regard du premier électrode.

L'énergie potentielle de l'électron, nous l'obtenons en integrant l'équation (1),

$$\varphi(z) = \int f(x)\,\mathrm{d}x + C = -\frac{q^2}{16\pi\,\varepsilon_0 \mathrm{k}}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right) - qxE + C \tag{2}$$

La constante C nous la déterminons à partir de la condition que lorsque $E = 0$, $d \gg$ et $x \to \infty$, φ tende vers une valeur φ_o, qui est justement le travail d'extraction du métal dans le diélectrique. En conséquence, l'énergie potentielle de l'électron qui se déplace à partir du premier électrode vers le second en fonction de la distance, résulte de la formule suivante,

$$\varphi(x) = \varphi_0 - \frac{q^2}{16\pi\,\varepsilon_0 \mathrm{k}}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right) - q\,xE \tag{3}$$

Pour déduire la relation (3) nous avons négligé les forces d'image d'ordre supérieur. Leur prise en considération complique les calculs et, comme nous le verons plus loin les aproximations qu'il faut faire pour obtenir des résultats quantitatifs, sont plus grandes que leur contribution à l'énergie potentielle de l'électron.

Le maximum de la barière potentielle entre les électrodes après l'application du champ, correspond à x, donné par l'équation,

$$\frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0\, \mathrm{k}}\left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(d-x)^2}\right] = qE \tag{4}$$

Faisant les notations :

$$x = yd,\ \theta = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 \mathrm{k} d^2}\cdot\frac{1}{qE} = \frac{f_i}{f_E} \tag{5}$$

l'équation (4) prend la forme,

$$y^4 - 2y^3 + y^2 + 2\theta y - \theta = 0 \tag{6}$$

Les premiers deux termes de l'équation (6) peuvent être negligés parce qu'après l'application du champ électrique, y devient beaucoup plus petit que (1/2). Dans ces conditions, la solution de l'équation (6) qui nous interesse, est,

$$y_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\theta}} + 1} \tag{7}$$

En conséquence, le maximum de la barrière potentielle entre les électrodes se situe au point,

$$x_0 = \frac{d}{1 + \sqrt{1 + \frac{f_E}{f_i}}} \tag{8}$$

Dans la notation (5) f_i represente la force d'image causée par le second électrode et actionne sur les électrons qui se trouvent à la surface du premier électrode, et f_E est la force du champ électrique entre les électrodes. De la relation (8) on peut constater qu'en même temps avec l'augmentation du champ électrique entre les électrodes, le maximum de la barrière potentielle se deplace vers l'électrode négatif. Quand le champ électrique est égal à zéro, le maximum de la barrière potentielle se situe au point $x_o = (d/2)$, donc à la moitié de la distance entre les électrodes.

La formule (8) donne une bonne aproximation de la position du maximum de la barrière potentielle pour des champs électriques faibles aussi bien qu'intenses. Ainsi, prenant k = 5, d = 10^3 Å et E = 10^7 V/cm de la formule (8) nous obtenons $x_o = 2{,}67$ Å, et d'après Simmons $x_o = 2{,}68$ Å, donc une bonne concordance. Pour des champs faibles, la formule de Simmons ne donne plus de bons résultats. Si nous prenons k = 5, d = 10^3 Å et E = 10^2/V/cm, alors de (8) nous obtenons $x_o = 392$ Å, et d'après Simmons $x_o = 550$ Å, pendant que même dans le cas où E = 0, $x_o = 500$ Å.

Pour la hauteur maxima de la barrière potentielle de (3) et (8) nous obtenons la formule,

$$\varphi_M = \varphi_0 - \frac{q^2}{1\partial \pi \varepsilon_0 k\, d}\left[2 + \left(1 + \frac{1}{\theta}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(1 + \frac{1}{\theta}\right)^{-\frac{1}{2}}\right] - \frac{q\, d\, E}{1 + \left(1 + \frac{1}{\theta}\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{9}$$

L'atténuation de la barrière potentielle due au champ électrique et aux forces d'image, nous pouvons la calculer à partir de (9).

$$\Delta\Phi = \varphi_0 - \varphi_M = d\sqrt{f_i f_E}\left(\frac{2\theta + 1}{\sqrt{1 + \theta}} + 2\sqrt{\theta} + \frac{1}{\sqrt{\theta} + \sqrt{1 + \theta}}\right) \tag{10}$$

La formule (10) peut être ecrite ainsi

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_s \cdot F(\theta) \tag{11}$$

où

$$\Delta\Phi_s = 2d\sqrt{f_i f_E} = \frac{1}{2}\left(\frac{q^3 E}{\pi\varepsilon_0 \mathrm{k}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{12}$$

et

$$F(\theta) = \frac{1}{2}\left(\frac{2\theta + 1}{\sqrt{1+\theta}} + 2\sqrt{\theta} + \frac{1}{\sqrt{\theta} + \sqrt{1+\theta}}\right) \tag{13}$$

Dans l'équation (12) $\Delta\Phi_s$ represente l'atténuation habituelle Schottky de la barrière potentielle, et la formule (11) fait voir que dans le cas où les électrodes sont proches, l'atténuation de la barrière potentielle a un caractère plus compliqué.

Nous continuons analisant quelques cas particuliers.

a). *Grandes distances entre les électrodes.*

Si la distance entre les électrodes est si grande que pour n'importe quel champ électrique entre les électrodes nous avons $\theta \ll 1$, alors de (11) et (13) nous trouvons que l'atténuation de la barrière est,

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_s = \frac{1}{2}\left(\frac{q^2 E}{\pi\varepsilon_0 \mathrm{k}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{14}$$

L'équation (14) exprime justement l'effet Schottky quand l'émission a lieu a partir du métal dans un diélectrique avec la constante diélectrique k.

b). *Des champs faibles appliqués aux électrodes.*

Pour des champs électriques faibles appliqués aux électrodes, quand est réalisée la condition,

$$\theta = \frac{f_i}{f_E} \gg 1 \tag{15}$$

de la formule (9), nous obtenons,

$$\Delta\Phi = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon \mathrm{k}\, d} + \frac{qd\, E}{2} \tag{16}$$

Cette formule fait voir que dans le cas des champs faibles appliqués aux électrodes, l'atténuation de la barrière est généralement detérminée par l'épaisseur de la couche diélectrique entre les électrodes.

c). *Le cas ou* $\theta = 1$.

Si la force du champ électrique f_E est de l'ordre de la force d'image f_i, alors $F(\theta) \simeq 2{,}26$, et l'atténuation de la barrière sera

$$\Delta\Phi \simeq 2{,}26\ \Delta\Phi_s \tag{17}$$

Ainsi qu'il résulte de (17), l'atténuation totale de la barrière potentielle est plus grande que l'atténuation Schottky.

3. La densite du courant thermo-electronique

La densité du courant électrique, détérminé par les électrons émis par l'unité de surface du métal est donnée par l'équation de Richardson-Dushman,

$$j = AT^2 \exp\left(-\frac{\varphi}{kT}\right) \tag{18}$$

Dans cette formule T este la température absolue, k est la constante de Boltzman et $A = 4\pi mqk^2/h$, où h est la constante de Planck et m la mase de l'électron.

Dans le cas du système formé par deux électrodes qui se trouvent à la même température, il est nécessaire de prendre en considération les courants d'émission dans les deux directions (fig. 1) et, en consequance, le courant total est donné par la formule.

$$j = AT^2\left[\exp\left(-\frac{\varphi_1}{kT}\right) - \exp\left(-\frac{\varphi_2}{kT}\right)\right] \tag{19}$$

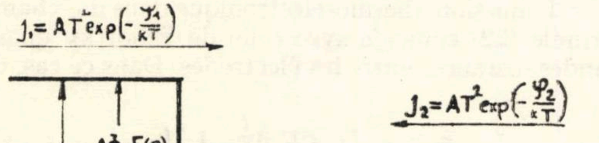

$j_1 = AT^2\exp\left(-\frac{\varphi_1}{kT}\right)$
$j_2 = AT^2\exp\left(-\frac{\varphi_2}{kT}\right)$
$\Delta\Phi_s \cdot F(x)$
φ_0
φ_1
qV
φ_F
χ_0
d
$\varphi_2 = \varphi_1 + qV$
φ_0
φ_F

Fig. 1. — Le schéme énergetique d'une structure MDM.

où φ_1 et φ_2, sont des maxima des barrières pontentielles calculées à partir du niveau Fermi pour l'électrode négative et respectivement positive. Parce que nous analisons des électrodes de même nature, il résulte que

$$\varphi_2 = \varphi_1 + qV$$

Dans ces conditions, la formule (19) se transcrit ainsi,

$$j = AT^2 \exp\left(-\frac{\varphi_1}{k\,T}\right)\left[1 - \exp\left(-\frac{qV}{kT}\right)\right] \tag{20}$$

De ce qui vient d'être presenté ci-dessus, il résulte que,

$$\varphi_1 = \varphi_0 - \Delta\Phi_s \cdot F(\theta) \tag{21}$$

Enfin, les formules (20) et (21) nous pemettent de calculer le courant d'émission entre deux électrodes qui sont séparés par une couche mince de diélectrique,

$$j = AT^2 \exp\left(-\frac{\varphi_0 - \Delta\Phi\, F(\theta)}{k\,T}\right)\left[1 - \exp\left(-\frac{qV}{k\,T}\right)\right] \tag{22}$$

L'équation (22) peut être considérée une généralisation de l'équation de Schottky pour l'émission thermo-électronique dans des champs électriques intenses. La formule (22) coïncide avec celle de Schottky quand $\theta = 0$, donc pour de très grandes distances entre les électrodes. Dans ce cas, de (14) et (22) nous trouvons

$$j = AT^2 \exp\left(-\frac{\varphi_0}{kT}\right) \exp\left[\left(\frac{q^3E}{4\pi\varepsilon_0 \mathrm{k}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{kT}\right]\left[1 - \exp\left(-\frac{q\,d\,E}{k\,T}\right)\right] \tag{23}$$

Si $qdE \gg kT$, alors (23) se transcrit ainsi

$$j = AT^2 \exp\left(-\frac{\varphi_0}{kT}\right) \exp\left[\left(\frac{q^2E}{4\pi\varepsilon^0 \mathrm{k}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{kT}\right] \tag{24}$$

donc justement l'équation de Schottky.

Dans le cas de champs faibles entre les électrodes, de (16) et (22) nous déduisons aussi la formule

$$j = 2AT^2 \exp\left(-\frac{\varphi_0}{kT}\right) \exp\left(\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \mathrm{k}d} \cdot \frac{1}{kT}\right) \cdot \mathrm{sh}\,\frac{q\,dE}{2k\,T} \tag{25}$$

La dernière relation, quand $\mathrm{dqE} \gg 2kT$, peut être transcrite ainsi

$$j = AT^2 \exp\left(-\frac{\varphi_0}{kT}\right) \exp\left(\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 Kd} \cdot \frac{1}{kK}\right) \exp\left(\frac{qdE}{2kT}\right) \tag{26}$$

La formule (25), pour $\mathrm{dqE} \ll \mathrm{kT}$, devient

$$j = \frac{ATdq\,E}{k} \exp\left(-\frac{\varphi^0}{kT}\right) \exp\left(\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \mathrm{k}d} \cdot \frac{1}{kT}\right) \tag{27}$$

et donc dans ce cas les caractéristiques volt-ampére sont linéaires.

4. Discutions

Les propriétés physiques des structures MDM sont fortement affectées par leur particularités de structure. D'habitude, les structures MDM s'obtienent en déposant succesivement dans le vide les élements qui constituent le système et donc aussi bien les électrodes que la couche de diélectrique d'entre les électrodes auront une structure poly-cristaline. Les aspérités des electrodes peuvent avoir des hauteurs qui varient entre 20 et 1000 Å [11—13] et, par conséquent, après l'application d'une difference de potentiel, le champ électrique de l'interieur du diélectrique ne sera pas homogène, ayant de plus grandes valeurs aux endroit où se trouvent les pointes des aspérités.

La forme de la barrière potentielle entre les électrodes, peut être affèctée non seulement par les forces d'immage, mais aussi par les charges spatiales causées par les électrons qui passent par un effet-tunnel à partir du métal dans le diélectrique [14].

De même, l'émission Schottky peut être perturbée aussi par la génération des porteurs libres dans le volume du diélectrique entre les électrodes (l'effet Pool — Frenkel [15]).

Considérant les particularités mentionnées, il résulte que la confrontation des résultats théoriques avec ceux expérimentaux est limitée et que nous ne pouvons en attendre qu'une confirmation qualitative.

L'étude des caractéristques volt-ampère des structures MDM fait voir que pour des champs électriques grands, appliqués aux électrodes, elles sont du type Schottky. Ainsi, dans [3] ont été étudiés les systèmes Al — SiO — Al, où l'épaisseur de la couche de SiO a varié entre 1300 et 680Å. Les caractéristiques volt-ampére log I = f ($\sqrt{V}$) pour des champs électriques suffisamment grands sont droites dont la pente augmente en même temps que la diminution de l'épaisseur de la couche du diélectrique. Ainsi que le mentionnent aussi les auteurs de l'étude, cet effet est incompatible avec la théorie élémentaire de l'effet Schottky. Ce résultat peut être expliqué à l'aide de la formule (22) qui, si $qV > kT$, peut se transcrire ainsi,

$$j = AT^2 \exp\left(-\frac{\varphi_0}{kT}\right) \exp\left(\frac{\Delta\Phi_s \cdot F(\theta)}{kT}\right) = j_0 \exp\left(\frac{\Delta\Phi_s \cdot F(\theta)}{kT}\right) \tag{27}$$

Mettant en logarithmes la relation (27), nous trouvons,

$$\log j = \log j_0 + \frac{\Delta\Phi_s F(\theta)}{kT} \tag{28}$$

Parce que le facteur F(θ) augmente en même temps que la decroissance de l'épaisseur d de la couche du diélectrique (fig.2), il résulte que pour les mêmes températures, la pente des courbes (28) est d'autant plus grande que d est plus petit. Ainsi que le fait voir la relation (28), logj en général, n'est plus une fonction linéaire de $\sqrt{E}$ et a un caractère plus compliqué, aspect observé aussi dans les mensurations expérimentales faites en [6].

Si $\theta = 1$, alors (5) se transcrit,

$$d = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 k}} \cdot \frac{1}{\sqrt{E}} \tag{29}$$

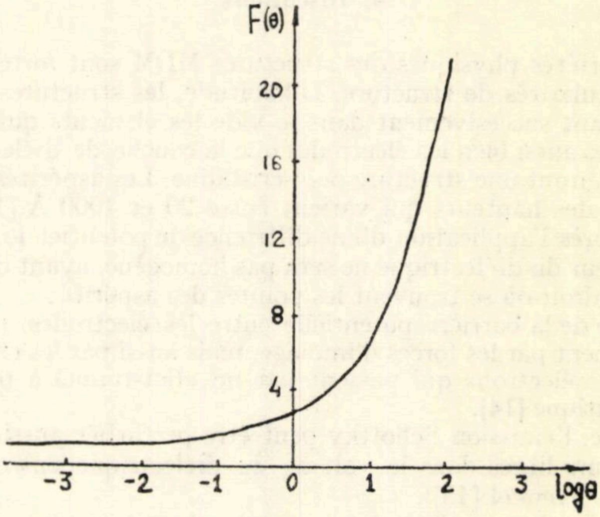


Fig. 2. — F(θ) en fonction de $\theta = \frac{f_i}{f_E}$.

Dans la fig. 3 est présentée la dépendance schématique de d en fonction de $1/\sqrt{E}$ dans le cas $\theta = 1$ et represente une droite avec la pente,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 K}} \tag{30}$$

En comparant les résultats de §2 avec la formule (31) nous observons que si $d\sqrt{E} < \operatorname{tg} \alpha$, alors a lieu l'effet Schottky, et que si $d\sqrt{E} > \operatorname{tg} \alpha$, alors prédomine l'effet de la distance d'entre les électrodes (fig. 3).

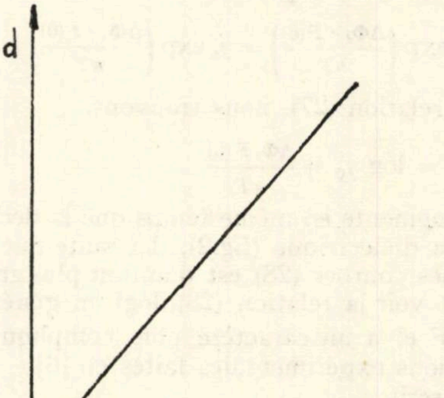


Fig. 3. — La dépendence schématique de d en fonction de $\frac{1}{\sqrt{E}}$ dans le cas $\theta = 1$.

La formule (28) peut être employée aussi pour l'explication des certains effets de champ observés dans les couches minces métaliques poly-cristallines [16—18]. De telles couches minces sont constituées par des micro-cristaux entre lesquels n'existe pas un contact parfait. L'éspace d'entre les micro-cristaux peut être occupé par de l'oxyde du métal correspondant. La tension électrique appliquée à un tel echantillon se localisera en général dans l'éspace d'entre les micro-cristaux, où la résistance électrique est grande. Pour avoir du courant dans un tel echantillon, les électrons doivent passer d'un micro-cristal à l'autre et les effets sont donc analogues à ceux decrits par nous ci-dessus.

BIBLIOGRAFIE

1. W. Schottky; Phys. Zs., 15, 872, 1914.
2. H. Hirose; Y. Wada, Japanese J. Appl, Phys., 3, 179, 1964.
3. T. E. Hartman, J. C. Blair, R. Bauer: J. Appl. Phys., 37, 2468, 1966.
4. S. M. Size, C.R. Cromwell, D. Kohng: J. Appl. Phys., 35, 2534, 1964.
5. C. A. Mead: Phys, Rev., 128, 2088, 1962.
6. M. Hackaylo: J. Appl. Phys., 35, 2943, 1964
7. W. E. Flameny: S. R. Pollak, J. Appl. Phys., 37, 4417, 1966.
8. S. R. Pollak: J. Appl. Phys., 34, 877, 1963
9. J. Antula: Physics Letters, 25A, 309, 1967.
10. J. G. Simmons: J. Appl. Phys., 35, 2472, 1964.
11. J. A. Archer: L. Appl. Phys., 37, 2176, 1966.
12. Ю. Ф. Комник: Кристаляография, 5, 775, 1960.
13. Ю. Ф. Комник: ДАН, 126, 74, 1959.
14. D. V. Geppert: J. Appl. Phys., 33, 2993, 1962.
15. Я. И. Френкел: ЖЭТФ., 8, 1292, 1938.
16. C. A. Neugebauer, M. B. Webb: J. Appl. Phys., 33, 74, 1963.
17. D. S. Herman, T. N. Rhodin: J. Appl. Phys., 37, 1594, 1966.
18. A. A. Milgram: Chih — Shun Lu, J. Appl. Phys., 37, 4773, 1966.

К ТЕОРИИ ЭФФЕКТА ШОТКИ В СТРУКТУРАХ МДМ

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В работе рассмотривается механизм Шотки для прохождения носителей через структуру МДМ. Для плотности тока получена общая формула на основе которой можно объяснить некоторые особенности вольтамперных характеристик. Эта формула справеглива как для слабых так и для сильных полей, приложенных к электродам.

STATIONARITÄT UND PHOTOEFFEKT EINER GLIMMENTLADUNG

F. WÄCHTER

Die Stationaritätsbedingung einer Glimmentladung fordert bekanntlich dass im Mittel ein Primärelektron zusammen mit allen seinen Sekundärelektronen so viele Ionen, Photonen und metastabile Atome erzeugen muss, dass der Teil dieser Teilchen, der auf die Kathode auftrifft, im Mittel insgesamt wieder ein Primärelektron auslöst.

Es sei

I die Gesamtstromstärke,

I_K^-, I_K^-, die Elektronen- resp. Ionenstromstärke an der Kathode

$$I_{KT} = \Gamma I_K^-,\ I_{KL}^- = L I_K^-,\ I_{KM}^- = M_K^-,\ I_{KN}^- = N_K^-$$

die durch die Ionen, Photonen, metastabilen Atome und schnellen Neutralen an der Kathode erzeugten Elektronenstromstärken.

Stationarität liegt vor, wenn :

$$\Gamma + L + M + N = 1 \tag{1}$$

bezeichnet man mit

$$q = \frac{I}{I_K^-} \tag{2}$$

so folgt natürlich sofort, dass der Ionenwirkungsgrad

$$\gamma = \frac{I_{K\Gamma}^-}{I_K^+} = \frac{\Gamma}{q-1} \tag{3}$$

Aus experimentären Gründen ist es bequem, die Photonenausbeute γ_p ähnlich wie γ_i in (3) zu definieren :

$$\gamma_p = \frac{L}{q} = \frac{I_{KL}^-}{I} \tag{4}$$

Da q die Anzahl der Elektronen einer Lawine ist, die effektiv zum Strom beitragen, also an die Anode gelangen, bedeutet die mittlere Wahrscheinlcihkeit, dass ein solches Elektron über die von ihm erzeugten Photonen ein Primärelektron aus der Kathode auslöst. Somit ist L die Wahrscheinlichkeit, dass die Photonen einer Lawine ein Primärelektron auslösen.

Über die Größe von L (und γ_p) sind in der letzten Zeit die widersprechendsten Aussagen gemacht worden. Dazu beigetragen hat vor allem auch, dass in (1), der früher allein in Betracht gezogene Faktor Γ, gestützt auf experimentäre Bestimmungen von γ ; und q sich kleiner als eins ergab und somit die Stationaritätsbedingung (1) damit nicht erfüllt werden konnte. Man wendete sich also dem zweiten Ausdruck L zu. Zu diesem Positionswechsel trugen ausser dem oben Bemerkten ($\Gamma < 1$) noch drei andere Tatsachen bei (Hantzsche /61/), nämlich Herabsätzung der Zündspannung bei Beleuchtung der Kathode starke Ultravuiolettstrahlung der Kathodenteile und grosse Ausbeuten des Photoeffektes in diesem Spektralgebiet.

Nach unseren experimentären Bestimmungen von γ_p muss aber bei allen Gasen $L < \Gamma$ sein (Badarau – Wächter /621/)

Vom Standpunkt einer Glimmentladung stellt der Photoeffekt (es handelt sich im Folgenden stets um Elektronenauslösung aus der Kathode durch Entladungsphotonen) eine Kombination von Raum- und Oberflächeneffekten dar. Die Entladungsphotonen werden durch Elektronenstoss und auch durch Rekombinationsprozesse gebildet und gelangen teilweise zur Kathode. Die Zahl der erzeugten Photonen verschiedener Frequenzen, also die ihnen entsprechenden Elementarprozesse, hängen in noch nicht zu übersehender Weise von der Natur des Gases, des Druckes, des Potentials usw. ab. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein in irgend einem Entladungspunkt gebildetes Photon zur Kathode gelangt kann ausser von rein geometrischen Faktoren, auch von Absorptions- und Reemissionsprozessen abhängen (auch darüber liegen noch keine eindeutigen Ergebnisse vor). Völlig unübersichtlich ist auch der eigentliche Photoeffekt (die Einwirkung der Strahlung auf das Metall der Kathode), der in entscheidendem Masse von der heute noch nicht bekannten, sicher aber durch die Entladung veränderten Oberflächenbeschaffenheit der Kathode abhängt.

Bei der Messung des Photoeffektes einer Glimmladung müssen diese Tatsachen berücksichtigt werden.

Wir betrachten im Folgenden ein zylinderförmiges Entladungsgefäss. Es sei C resp. A Kathode und Anode. In Elementar volumen bilden sich, infolge der Entladungsprozesse in der Zeitenheit (ξ, ν, φ sind Zylinderkoordinaten)

$$n_i\,(\nu\,;\ \xi)\,d\xi\,.\,r\,.\,dr d\varphi$$

Photonen der Frequenz ν. Es besteht eine gewisse Wahrscheinlichkeit P (ξ, ν_i), daß diese die Kathode und eine andere Wahrscheindlichkeit $\omega_i\,(\nu_i)$, daß solch ein Photon ein Elektron aus der Kathode auslöst. Die eingangs eingeführte Stromstärke I lässt sich damit folgendermassen definieren:

$$I_{\overline{KL}} = e\iiint P\left(\xi,\, r\right)\left[\sum_{i} n_i\left(\nu_i \xi\right)\omega_i\left(r_i\right)\right] d\xi\,.\,r\,.\,dr d\varphi \qquad (5)$$

(5) enthält drei, den Photoeffekt in einer Gasentladung bestimmende Grössen, die verschiedenen Gebieten der Physik angehören:

$n_i\,(\nu_i)$ gehört in das Gebiet der Gasentladungsphysik.

$\omega_i\,(\nu_i)$ gehört zurFestkörperphysik, der die optischen Eigenschaften der Metalle untersucht.

P(ξ, r) ist, wie schon erwähnt, ein Wahrscheinlichkeitsfaktor.

Die Summe in (5) erstreckt sich über alle im Inneren der Gasentladung gebildeten Photonenarten. Sie wird wesentlich vereinfacht durch die Tatsache, dass für die Metalle bei Glimmentladungen verwendeten Elektroden ω_i nur für Photonen, deren $\lambda < 2000$ Å praktisch von Null verschieden ist. Wesentlich erschwert werden die Betrachtungen durch die teilweise Absorption der Strahlen auf ihrem Weg zur Kathode und durch ihre Reflextion an der Kathodenoberfläche. In bezug auf die Absorption ist aber bekannt, dass bei einer Gasentladung alle Photonen, die nicht von einem auf dem Grundniveau endenden Übergang herrühren, praktisch nicht absorbiert werden, die Resonanzstrahlung dagegen absorbiert wird und dadurch teilweise durch Stösse zweiter Art für den Reprodutionsprozess durch Photonen verloren geht.

Im Folgenden wollen wir (Fowler /56/) annehmen, dass die Resonanzphotonen stark, alle andern aber bei den in der Entladungsröhre herrschenden Drücken und bei den zu durchfliegenden Entfernungen praktisch gar nicht absorbiert werden. Bei ersteren muss in P(ξ, r) auch das Verschwinden eines Teils der Resonanzstrahlung berücksichtigt werden. Dieser Faktor fällt aber heraus, sobald die Wahrscheinlichkeit für diesen Effekt dieselbe für Kathode und Messelektrode ist. In dem hier zu beschreibenden Entladungsgefäss ist das der Fall und wird weiter nicht berücksichtigt. Zusätzlich ist nach Hantzsche (61) die Ausbeute durch die nicht absorbierte Rekombinationsstrahlung etwas grösser als die durch die Resonanzstrahlung und damit wichtiger. Aus (4) und (5) folgt

$$\gamma_p = \frac{I_{\mathrm{KL}}^{-}}{I} = \frac{e}{I}\int \mathrm{N}(\xi)\,\mathrm{P}(\xi)\,\mathrm{d}\xi \,.\, \frac{e}{I}\mathrm{P}_m \int \mathrm{N}(\xi)\,\mathrm{d}\xi = \frac{e}{I}\mathrm{P}_m\mathrm{N} \tag{6}$$

wobei N(ξ) · dξ die Summe der in der gesamten Querschicht in der Entfernung ξ und der Dicke dξ gebildeten Photonen multipliziert mit $\omega_i(\nu_i)$ ist. N stellt diese Grösse für den gesamten Entladungsraum dar. P ist ein gemittelter geometrischer Faktor.

Setzen wir den geometrischen Faktor ein, so erhalten wir

$$\eta = \frac{\gamma_p}{P_m} = \frac{e}{I}N \tag{7}$$

die grösstmögliche Anzahl von Primärelektronen, die ein Elektron mit Hilfe der von ihm gebildeten Photonen aus der Kathode auflösen kann.

Direkte Messungen von γ_p und η sind erst in letzter Zeit unternommen worden (Badarau-Wächter /61*a*/, /61*b*/ [62], Hauck [61], Klyrfeld-Moskaljow [67].

Die Schwierigkeiten, die sich der experimentären Bestimmung des Photoeffektes an der Kathode entgegensetzen, bestehen in der Verhinderung der Difusion, der in der Gasentladung vorlandenen Ladungsträger zur Messstelle. Andererseits spielen auch die Absorptionsprobleme, wie oben schon erwähnt, eine bedeutende Rolle. Im Prinzip können die Ladungsträger auf zwei Arten von der Messstelle ferngehalten werden: entweder durch elektrische oder magnetische Felder (Badarau-Wächter [62] oder aber indem man für die wirksamen Photonen durchlässige Gläser benützt (Klyarfeld-Moskaljow [67]). In beiden Fällen können zusätzliche Absorptionsvorgänge die Messergebnisse beeinflussen. Im ersten Fall kann das im Entladungsgas innerhalb der Messeinrichtung, im zweiten aber im Glas, das für die meisten, vor allem aber kurzwelligen Photonen, nicht durchlässig ist, der Fall sein. Schwierig ist es auch, die Oberflächenbeschaffenheit der Photokathode, der der Entladungskathode anzugleichen. Zumindest muss das gleiche Material dazu gewählt werden.

Im Folgenden soll eine Versuchseinrichtung beschrieben werden bei der die elektrischen Entladungsträger durch elektrische Felder von der Messstelle ferngehalten werden. Die störenden Absorptionen, vor allem der Resonanzphotonen, durch entsprechende Druckverkleinerung im Messraum, also in den Teilen, die die Photonen zusätzlich zu durchfliegen haben, praktisch ausgeschaltet werden.

Beschreibung der Apparatur: Das aus Pyrex bestehende Entladungsgefäss ist zylinderförmig und wird durch eine Glaswand in zwei Kammern A und B geteilt. In A befindet sich das eigentliche Entladungsgefäss mit den beiden kreisförmigen Elektroden E_1 und E_2 ($\Phi = 4{,}95$ cm) und den sie umgebenden ringförmigen Elektroden E_3 und E_4.E_2 und E_4 sind auf einer Tempaxscheibe montiert und können mit Hilfe eines Schliffs gegen E_1 und E_3 (ebenfalls auf einer fixen Tempaxscheibe montiert) bis maximal 4,5 cm entfernt werden. Im Entladungsraum A kann sowohl eine Hohlkathodenentladung als auch eine einfache Glimmentladung brennen. In der Mitte von E_1 befindet sich eine kugelförmige Öffnung deren kleinster Durchmesser von 0,5 mm gegen A und deren grösster gegen B zeigt. Durch diese Öffnung sind A und B miteinander verbunden. Die im Entladungsraum A gebildeten Photonen, die auf diesen Teil der Kathode auftreffen würden, können hier nach B durchgehen. Die ebenfalls durchfliegenden Ladungsträger werden von zwei Gittern, G_1 und G_2, an die entsprechende Potentiale angelegt sind, aufgefangen oder so abgelenkt, dass sie nicht auf die Messelektrode F, die wir Photokathode nennen wollen, auftreffen können. Die gesamte Messeinrichtung ist von einer Kugel fläche S ($\Phi = 2{,}5$ cm) aus Nickel umgeben, die ihn elektrisch abschirmt und gleichzeitig das Eindringen der von G_1 und G_2 abgelenkten Ladungsträger bis zur Photozelle verhindert. Die Nickelkugel besitz eine 0,5 cm weite Öffnung, durch die die Photonen durchgehen können. Im Inneren der Ni-Kugel befindet sich, konzentrisch mit ihr, ein kugelförmiges Gitter mit einer freien Öffnung von 70%. Im zentralen Teil der Kugel liegt die kreisförmige Photokathode F aus Ni ($\Phi = 1{,}38$ cm). Mit Hilfe eines Hebelsystems und eines Elektromagneten kann der Neigungswinkel, der an zwei Punkten aufgehängten Photokathode gegen die einfallende Strahlung von aussen her verändert werden. Die grösste Neigung beträgt 50 Grad.

Die aus F ausgelösten Photoelektronen werden gegen das Gitter beschleunigt und gemessen.

Der Raum B kann mit Hilfe einer grossen Difusionspumpe (500 l/s) bei einem Druck von 10^{-4} Torr gehalten werden. In A herrscht ein Druck von der Grössenordnung eines Torr, Durch den kleinen Druck in B soll erreicht werden, dass alle Photonen (auch die Resonanzphotonen), die zur Öffnung in der Kathode gelangen (also unter gewöhnlichen Umständen auf die Kathode auftreffen würden), auch bis zur Photokathode ohne Verluste vordringen, abgesehen von der teilweisen, übersehbaren Absorption durch das Gitter.

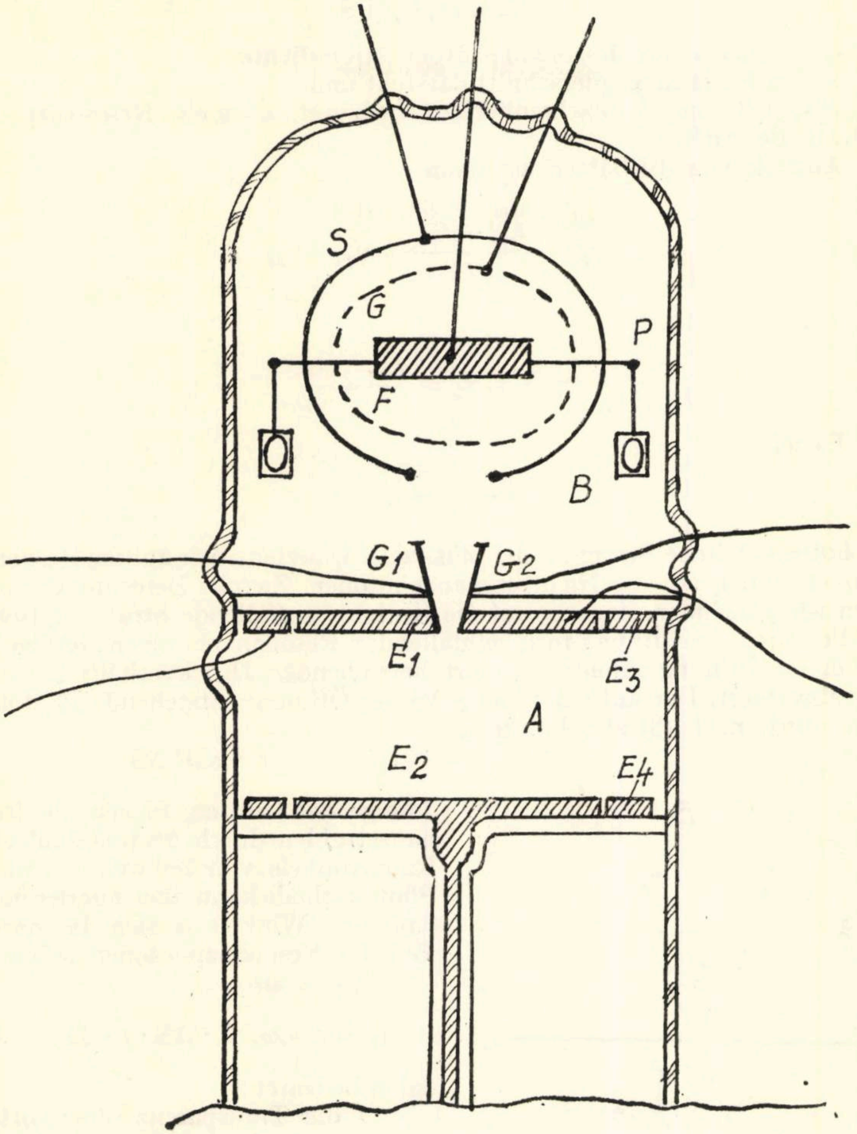


abb. 1

Ergebnisse: Der Beitrag zum Photoeffekt der beiden Strahlungsarten, nämlich der Resonanz- und Nichtresonanzstrahlung, sei gesondert betrachtet. In diesem Fall soll (7) sich nur auf die Nichtresonanzphotonen beziehen, die praktisch uneingeschränkt bis zur Kathode gelangen. Der Photonenstrom sei durch

$$I^{-}_{\mathrm{res}} = e\nu_r\,\omega_r\ \mathrm{PS} \tag{8}$$

gegeben, wobei ν_r die Resonanzphotonenstromdichte,
S den Entladungsquerschnitt darstellt und
$\mathrm{P} \approx 1/2$, die Wahrscheinlichkeit bedeutet, dass ein Resonanzphoton die Kathode trifft.

Anstelle von (6) hätten wir dann

$$\gamma_p = \frac{I^{-}_{\mathrm{res}} + I^{-}_{\mathrm{KL}}}{I} = \gamma_{p1} + \gamma_{p1} \tag{9}$$

und

$$\eta = \eta_1\,\eta_2 = \frac{I^{-}_{\mathrm{res}}}{I} + \frac{I^{-}_{\mathrm{LK}}}{I} \tag{10}$$

Es sei

$$\mathrm{i} = \mathrm{i}_1 + \mathrm{i}_2 \tag{11}$$

der photoelektrische Strom an der Masszelle. i_1 bezieht sich auf die Resonanzphotonen und i_2 auf die Nichtresonanzphotonen. Zwecks Berechnung von i_1 wollen wir annehmen, dass die auf die Kathode auffallende Strahlung isotrop ist. Alle durch die Öffnung in E_1 einfallenden Resonanzphotonen werden jenseits dieser Öffnung infolge der dort herrschenden Druckverhältnisse nicht mehr absorbiert. Der auf der Fläche $\Delta\mathrm{S}$ der Öffnung entstehende Photonenstrom würde nach (8) also betragen

$$e\ \nu_r\omega_r\mathrm{P}\ \Delta\mathrm{S}$$

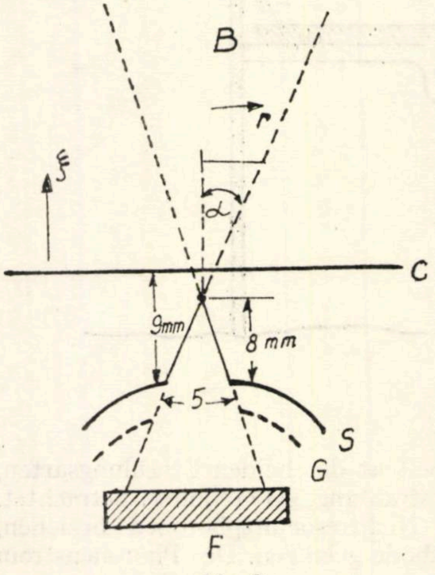


abb. 2

Infolge der Öffnung fliegen die Resonanzstrahlen durch $\Delta\mathrm{S}$ innerhalb eines Raumwinkels von 2π weiter. Auf die Photokathode kann aber nur der innerhalb des Winkels α sich befindende Teil der Resonanzphotonen fallen.

Es ist also

$$i_1 = e\ \nu_r\omega_r\ \mathrm{P}\cdot\Delta\mathrm{S}\cdot f\cdot\Delta\mathrm{P} \tag{12}$$

dabei bedeutet:

f die Transparenz des Gitters,

$\Delta\mathrm{P}$ die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Resonanzphoton innerhalb des Winkels α befindet.

Wie aus Abbildung 2 ersichtlich ist, kann bei kleinem α gesetzt werden

$$\Delta\mathrm{P} \approx \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\pi R^2}{\xi_0^2} = \frac{1}{2}\mathrm{tg}^2\alpha \tag{13}$$

R Halbmesser der Öffnung in der Nickelkugel

ξ_0 = Entfernung dieser Öffnung von der Elektrode E_1. Mit (12), (13) und (8) wird η_1 aus (10)

$$\eta_1 = \frac{i_1}{PI} = \frac{i_1}{I} \cdot \frac{4S}{\Delta S \cdot f \cdot \mathrm{tg}^2\alpha} \tag{14}$$

Zur Berechnung von i_2 wird (5) verwendet, wobei P (ξ, r) wie aus Abb. 2 ersichtlich ist durch

$$P(\xi, \mathrm{r}) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Delta S}{\xi^2} f$$

aproximiert werden kann. Dabei ist die Abhängigkeit von P (ξ, r) von r wegen des kleinen Winkels α vernachlässigt worden.

Für i_2 folgt also:

$$\mathrm{i}_2 = e\frac{\Delta S}{2} f \int_0^{D}\int_0^{r_0} \frac{1}{\xi^2}\sum_{\mathrm{i}} \mathrm{n}_i(\xi,\ \nu_i)\ \omega_i(\nu_i)]\, \mathrm{d}\xi\, \mathrm{r}\, \mathrm{d}\, \mathrm{r} \tag{15}$$

und aus (5) und (6)

$$i_2 = e\frac{\Delta S}{4} f\, \mathrm{tg}^2\alpha \frac{N}{S} \tag{16}$$

Man erhält also für η_2 aus (10) mit (7) und (16)

$$\eta_2 = \frac{i_2}{I} \cdot \frac{4\mathrm{S}}{\Delta S \cdot f\ \mathrm{tg}^2\alpha} \tag{17}$$

Aus (14) und (12) folgt

$$\eta = \frac{i}{I} \cdot \frac{4S}{\Delta S \cdot f\ \mathrm{tg}^2\alpha} \tag{18}$$

Aus (18) kann die wichtige Schlussfolgerung gezogen werden, dass mit der hier beschriebenen Versuchseinrichtung der Beitrag der Photonen zur Elektronenauslösung aus der Kathode ganz unabhängig von allen Absorptionen der Photonen gemessen werden kann.

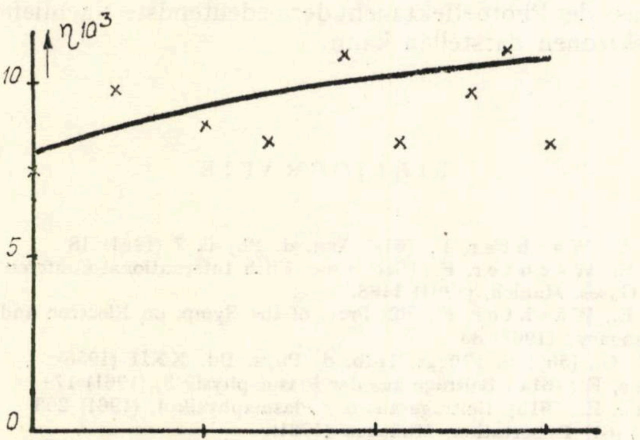


abb. 4

Die auf diese Art erhaltenen η – Werte in Krypton als Funktion der Spannung zeigt Abb. 3. Die Abhängigkeit von vom Einfallswinkel wird in Abb.4 dargestellt. Es ist bis zu einem Einfallswinkel von 50° nur ein leichtes Ansteigen von η festzustellen.

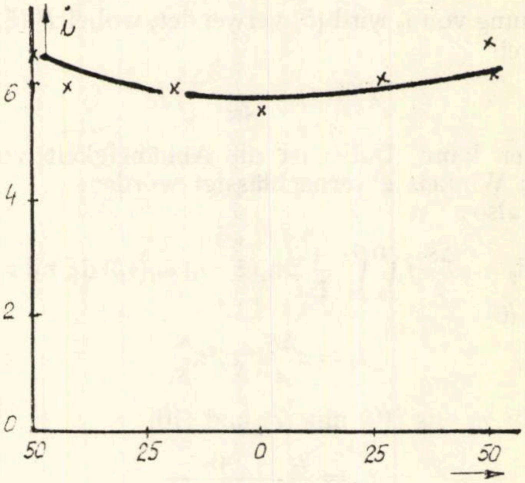


abb. 3

Bis zu solchen Winkeln spielt also der Einfallswinkel kaum eine Rolle. Grössere Einfallswinkel aber werden sehr wenige Photonen einer Entladung haben.

Die η – Werte der Abb. 3 sind in guter Übereinstimmung mit den von Klyarfeld-Moskaljow [67] erhaltenen.

Abschliessend kann also nochmals betont werden anhand der erhaltenen Ergebnisse, dass der Photoeffekt nicht der bedeutendste Nachlieferungsprozess der Primärelektronen darstellen kann.

BIBLIOGRAFIE

1. Bădărău, E., Wächter, F., [61a] Ann. d. Physik 7 (1961) 18
2. Bădărău, E., Wächter, F.; [61b] Proc. Fifth International Conference on Ionisation in Gases, Munich, (1961) 1188.
3. Bădărău, E., Wächter, F., [62] Proc. of the Symp. on Electron and Vacuum Phys. Hungary; (1962) 83.
4. Fowler, R. G., [56]; S. Flügge, Hdb. d. Phys. Bd. XXII (1956)
5. Hantzsche, E.; [61a], Beiträge aus der Plasmaphysik 3, (1961) 179
6. Hantzsche, E.; [61b], Beiträge aus der Plasmaphysik 4, (1961) 203
7. Hauck, G., [61] Dissertation, Munchen (1961).
8. Klyarfield, B. N., Moskaljow; B. I., [67], Eith Intern. Conf. on Phen. in Ion. Gases (1967) 88.

ВКЛАД ФОТОНОВ В ПОДДЕРЖАНИЕ ЛЮМИНЕСЦЕНТНОГО РАЗРЯДА

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Обсуждается условие стационарности люминесцентного разряда, в общем, и в частности вклад фотонов в поддержание разряда.

Описывается экспериментальная установка, позволяющая измерить этот вклад. Приводятся полученные данные для критона.

UNELE PROBLEME ALE COMPORTĂRII COLOANEI POZITIVE ÎN CÎMP MAGNETIC

EMIL I. TOADER

A. Introducere

În ultimul timp preocupările asupra cercetării influenței cîmpului magnetic asupra comportării materiei sub formă de plasmă au căpătat un conținut nou datorită perspectivelor extraordinare pe care le-ar deschide controlul reacțiilor termonucleare. Una dintre problemele importante care trebuiesc rezolvate este și înlăturarea fenomenului de instabilitate, indiferent sub ce formă s-ar manifesta. În acest sens, cercetările din plasma slab ionizată pot aduce o contribuție importantă la lămurirea fenomenelor care au loc în plasma puternic ionizată sau complet ionizată. Cunoașterea rezultatelor obținute în studiul gazelor slab ionizate pot furniza deci cunoștințe necesare lămuririi unor fenomene mai complicate.

Primele cercetări de acest fel au fost cele referitoare la influența cîmpului magnetic asupra plasmei coloanei pozitive omogene, stationare cu simetrie azimutală. Rezultatele obținute în faza de pionierat, deși unele dintre ele false așa cum vom vedea în continuare, au meritul de a fi deschis calea spre noi cercetări care au pus în evidență fenomene de inportanță fundamentală.

În cazul plasmei, spre deosebire de gazele obișnuite, un mare rol îl joacă forțele electromagnetice generate de prezența cîmpurilor electrice și magnetice proprii plasmei sau aplicate din exterior. Ce fenomene determină aceste cîmpuri și cum intervin ele în cadrul diferitelor procese ce au loc în plasmă sînt întrebări la care se caută să se răspundă cît mai precis deoarece au o mare însemnătate în încercările de încălzire și reținere a plasmei cu ajutorul cîmpurilor magnetice. Desigur că răspunsul trebuie căutat prin obținerea proprietăților macroscopice ale plasmei din structura microscopică cunoscută a atomilor și moleculelor gazului și din legile de interacțiune dintre diferitele componente ale plasmei.

Pentru studiul plasmei curgătoare trebuie folosită mecanica statistică nestaționară din care s-a dezvoltat teoria cinetică a gazelor. Din păcate, chiar pentru cazuri foarte simple de curgere a plasmei ecuația integro-diferențială neliniară Fokker-Planck care ține seama de toate tipurile de interacțiuni posibile nu a putut fi rezolvată pînă în prezent și nici nu se întrezăresc rezultate încurajatoare într-un viitor apropiat. Studiile actuale se bazează pe folosirea

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM 1848 KÖZPONTI KÖNYVTÁRA

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM 1848 KÖZPONTI KÖNYVTÁRA

ecuațiilor dinamicii plasmei obținute prin procedee de mediere din ecuația Boltzmann [1,2].

În general, sistemele magnetice folosite pentru încălzirea și reținerea plasmei pot fi împărțite în două grupe:

1. Sistemele a căror geometrie este determinată de curenții proprii ce curg prin plasmă.
2. Sistemele a căror geometrie se obține în special pe baza cîmpurilor magnetice aplicate din exterior.

Rezultatele experimentale recente au arătat că pentru cîmpuri magnetice nu prea mari comportarea coloanei pozitive are loc în conformitate cu teoria clasică a difuziei datorată ciocnirilor binare dintre particulele încărcate și particulele neutre. Viteza de difuzie radială a purtătorilor de sarcină scade cu creșterea intensității cîmpului magnetic ceea ce determină o micșorare a temperaturii electronilor și a cîmpurilor electrice longitudinal și radial [3]. Acest tablou fizic este însă întrerupt brusc la o anumită valoare a cîmpului magnetic B (valoarea critică) peste care lanțul proceselor se desfășoară în sens invers, pierderile prin difuzie a particulelor încărcate depășind de zeci și uneori sute de ori pierderile prezise de teoria clasică [4—7]. Pentru valori foarte mari ale intensității cîmpului magnetic se obține starea de turbulență a plasmei [8—11].

În prezent studiul acestor fenomene poate fi reconsiderat din punct de vedere al posibilității încălzirii și reținerii plasmei cu ajutorul cîmpului magnetic.

B. Aspecte generale ale comportării coloanei de plasmă în prezența cîmpului magnetic.

Studii asupra comportării plasmei în prezența cîmpului magnetic au existat mai de mult; totuși se poate considera că abia în ultimul timp s-au obținut unele succese. Greutățile care apar sînt legate în cea mai mare parte de metodica de diagnosticare a plasmei, forma tubului de descărcare și stabilirea exactă a configurației cîmpurilor magnetice folosite. Datorită faptului că în unele lucrări mai vechi [13—15] acționa ca element perturbator cel puțin una din cauzele amintite, interpretarea rezultatelor experimentale s-a făcut greșit

Pe baza teoriei sondelor în cîmp magnetic dezvoltată de Spiwak și Reichrudek [12], în lucrarea [13] s-a obținut o creștere a concentrației electronilor pe axa tubului și o scădere la pereți. Lucrînd în Neon și Argon la presiunile 0,2 mm. col. Hg și respectiv 0,9 mm. col. Hg. în prezența cîmpurilor magnetice foarte slabe, (pînă la 36 gauss) Fataliev [14] a obținut o creștere a concentrației electronilor pe toată secțiunea tubului. Temperatura electronilor se menținea constantă pînă la 20 gauss după care începea să crească. La această concluzie greșită au ajuns și Repkova și Spiwak [15] în cazul coloanei pozitive de joasă presiune în Hg pentru diferite configurații ale cîmpului magnetic cu intensități pînă la 600 gauss. Trebuie menționat totuși că autorii au rezerve cînd fac aceste afirmații din cauza caracterului aproximativ de determinare a temperaturii electronilor.

Dezvoltînd analiza teoretică de mai înainte [16—18] L. Tonks [19] a folosit ecuațiile fundamentale care descriu mișcarea electronilor într-un gaz sub acțiunea simultană a cîmpului electric, cîmpului magnetic și gradientului de concentrație pentru studiul sistematic al fenomenelor ce au loc în plasma coloanei pozitive dintr-o descărcare în arc. Rezultatele obținute au fost încurajatoare. Principalele concluzii care se desprind din această analiză sînt:

— Funcția de distribuție radială a electronilor nu se schimbă față de cazul nemagnetic.

— Cu creșterea cîmpului magnetic coeficientul de ionizare se micșorează ceea ce implică o scădere a temperaturii electronilor.

— Distribuția potențialului radial rămîne aceeași, însă scara de variație a potențialului se micșorează. Pentru o anumită valoare a cîmpului magnetic, cîmpul electric radial, poate deveni zero.

Cu tot caracterul aproximativ, teoria dezvoltată de Tonks are meritul de a fi pus pentru prima dată în evidență, cel puțin din punct de vedere calitativ, anumite fenomene care au loc în plasma coloanei pozitive în prezența cîmpului magnetic. Experiențele lui Rokhlin [20] pe de o parte și Cummings și Tonks [21] pe de altă parte, au confirmat aspectele calitative ale fenomenelor arătate. În ambele lucrări se remarcă în mod just influența cîmpului magnetic convergent de la capetele bobinelor.

Studiind comportarea coloanei pozitive stratificată în prezența cîmpului magnetic Th. V. Ionescu [22] a observat variații ale lungimii acesteia. Dacă se variază cîmpul magnetic plecînd dela $B = 0$ se observă o scurtare a coloanei pozitive care lasă impresia că striațiile pătrund în anod. Cînd tubul de descărcare este suficient de lung, se observă că la o anumită valoare a cîmpului magnetic coloana pozitivă se oprește. În acest moment la o creștere cît de mică a lui B coloana pozitivă se lungește, pentru a se scurta din nou la o mică creștere a lui B. Pe măsură însă ce B crește, aceste variații sînt din ce în ce mai mici [23]. Așa cum rezultă din observațiile experimentale menționate în lucrările [23, 24], în cazul coloanei pozitive a unei descărcări în hidrogen la presiunea de 1,2 mm, col. Hg pînă la valoarea critică a cîmpului magnetic la care se produc oscilații în lungime ale coloanei pozitive, coloana pozitivă se rotește ca o elice alternativ într-un sens, apoi în celălalt de un număr mare de ori în timp ce se variază cîmpul magnetic, indiferent dacă acesta crește sau scade. Viteza de rotație depinde de viteza de variație a cîmpului magnetic. Interesant că aceste rotații pot fi observate cu ochiul liber. În lipsa altor date este greu de făcut considerații asupra mecanismului care duce la apariția acestui fenomen și dece el nu mai apare la presiuni mai mari de 1,2 mm.col.Hg.

Pentru o descărcare în arc într-o cameră cu pereții conductori Bohm [25] a emis ipoteza că în acest tip de descărcare acționează un mecanism nou de deplasare radială a electronilor în prezența cîmpului magnetic, cu o viteză mult mai mare față de cea datorată ciocnirilor. Unul din argumentele care l-au dus la această concluzie rezulta din analiza caracteristicilor de sondă. Astfel, în presupunerea că difuzia radială a electronilor s-ar datora ciocnirilor, Bohm a obținut pentru raportul dintre curentul electronic la sondă I_e și curentul ionic la sondă I_p valoarea $\frac{I_e}{I_p} \cong 4-5$ în timp ce rezultatele experimentale duc la valori variabile în domeniul 20—35. Chiar dacă analiza teoretică a lu

Bohm nu are un grad prea mare de exactitate, este totuși mică probabilitatea ca discrepanța dintre teorie și experiență să fie așa de mare.

Alt factor experimental de care Bohm a ținut seama în stabilirea mobilității anormal de mari a electronilor în direcția radială l-a constituit scăderea concentrației electronilor din plasma secundară mult mai lent decît ne-am așteptat. În condițiile de cuasineutralitate, mișcare radială a purtătorilor de sarcină în regim de difuzie și neglijarea procesului de ionizare din plasma secundară, valoarea lungimii caracteristice x_0 (lungimea de-a lungul căreia concentrația electronilor se micșorează de e ori) este dată de relația :

$$x_0 = \left\{ \frac{L\,(T_e + T_i)}{\dfrac{\gamma T_e}{D_{e\perp}} + \dfrac{\beta T_i}{D_{i\perp}}} \right\}^{1/2} \tag{1}$$

unde T_e și T_i sînt temperatura electronică respectiv a ionilor, De — este coeficientul de difuzie radială a electronilor, L — este lungimea intervalului de descărcare iar γ este un coeficient numeric. Coeficientul de difuzie radială a electronilor calculat cu relația (1) prin determinarea experimentală a lungimii caracteristice x_0 este cu două ordine de mărime mai mare decît valoarea teoretică calculată pe baza ciocnirilor binare.

Față de cele două discrepanțe mari dintre teorie și experiență Bohm a emis ipoteza că principalul mecanism răspunzător de difuzia radială anormal de mare a electronilor se datorează oscilațiilor plasmei.

Criticînd acest punct de vedere Simon [26, 27] a arătat că în toate experiențele de acest fel în care dimensiunile longitudinale și transversale ale plasmei sînt comparabile, difuzia în direcția perpendiculară pe cîmpul magnetic nu mai are un caracter ambipolar. Prin urmare, discrepanța dintre teorie și experiență nu presupune existența unui mecanism de difuzie adițional ca de exemplu oscilațiile plasmei. Absența difuziei ambipolare este determinată și de anizotropia mare a conductibilității mediului ionizat, anizotropie ce conduce la apariția efectului de scurt-circuitare. În acest caz lungimea caracteristică este dată de relația :

$$x_0 = \left\{ \frac{L D_{i\perp}}{\gamma} \right\}^{1/2} \tag{2}$$

care diferă de relația (1) prin aceea că termenul $\left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right) D_{e\perp}$ se înlocuiește cu $D_{i\perp}$. Corcordanța dintre teorie și experiență în condițiile de scurt-circuit ale lui Simon este satisfăcătoare.

Bazîndu-se tot pe rezultatele măsurătorilor de sondă Zharinov [28, 29] consideră că este puțin probabil ca valorile experimentale ale lungimii caracteristice x să poată furniza cunoștințe precise despre coeficientul de difuzie radială a electronilor. Din această cauză, după părerea lui Zharinov, Bohm și Simon au greșit cînd au folosit datele despre concentrația electronilor din plasma secundară pentru lămurirea mecanismului răspunzător de difuzia radială a electronilor.

La o analiză mai atentă a datelor prezentate de Zharinov, se poate vedea însă că ele nu fac lumină în studierea fenomenelor generate de prezența cîmpului magnetic, ci din contră îl complică. Astfel, relația pentru lungimea caracteristică x_0 se reduce la cea obținută de Simon în timp ce saltul brusc al curentului electronic de sondă pentru o anumită valoare a cîmpului magnetic poate fi datorat mai de grabă apariției unor instabilități în plasmă.

Oscilații intense ale curentului de sondă în prezența cîmpului magnetic au obținut și Bostik și Levine [30] într-o descărcare de tip toroidal. Creșterea cîmpului magnetic cauza o creștere a amplitudinii oscilațiilor și o scădere a frecvenței pe cînd micșorarea presiunii cauza un efect contrar. Autorii au considerat aceste oscilații de timpul magnetohidrodinamic ca cele descrise de Alfven [31]. Nu trebuie însă trecut cu vederea că în cadrul acestor experiențe cîmpul magnetic prezența un gradient radial destul de mare ceea ce cauza probabil o mare influență asupra creșterii pierderilor de purtători de sarcină.

Influența cîmpului magnetic asupra proceselor din domeniul căderii catodice și al plasmei luminii negative, în condițiile specifice efectului catodului concav, precis localizat pe fondul descărcării luminescente anomale a fost studiată pe larg de E. Bădărău, Popovici și Someșan [33—38].

Rezultatele experimentale obținute au condus la stabilirea, pentru prima dată, a izomorfismului între evoluția caracteristică proceselor din plasma luminii negative, în condițiile efectului catodului concav și a proceselor de instabilitate cinetică fascicul — plasmă.

Cu toată deosebirea de opinii exprimată în cele cîteva lucrări analizate aici, rămîne în afară de orice dubiu că în anumite condiții de descărcare și pentru anumite valori ale cîmpului magnetic, se obține o astfel de stare a plasmei care nu mai poate fi descrisă în cadrul teoriei clasice pe baza ciocnirilor binare dintre particulele încărcate și particulele neutre.

c. Teoria clasică a coloanei pozitive în cîmp magnetic longitudinal

1 *Difuzia și distribuția radială a electronilor și ionilor.*

Aplicînd teoria cinetică a gazelor la cazul plasmei [2] se obține forma cea mai generală și completă a ecuațiilor de mișcare a purtătorilor de sarcină dintr-o plasmă oarecare:

$$n_e m_e \left[\frac{\partial \vec{a}_e}{\partial t} + (\vec{v}_e \nabla)\, \vec{v}_e \right] = - e n_e (\vec{E} + \vec{v}_e\, \vec{B}) - \nabla p_e + 2 n_e m_e \vec{v}_e \times \vec{\Omega} +$$

$$n_e m_e [\vec{g} + \overset{\rightarrow\rightarrow}{\Omega} \times (r \times \vec{\Omega}) + n_e m_e \nu_{ei} (\vec{v}_e - \vec{v}_i) + n_e m_e \nu_{en} (\vec{v}_n - \vec{v}_e) \quad (3)$$

$$n_i m_i \left[\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial_t} + (\vec{v}_i \nabla)\, \vec{v}_i \right] = e n_i (\vec{E} + \vec{v}_i \times \vec{B}) - \nabla p_i + 2 n_i m_i \vec{v}_i\, \Omega +$$

$$n_i m_i [\vec{g} + \vec{\Omega} \times (\vec{r} \times \vec{\Omega}) - n_e m_e \nu_{ei} (\vec{v}_i - \vec{v}_e) + n_i m_i \nu_{in} (\vec{v}_n - \vec{v}_i) \quad (4)$$

unde n_e și n_i reprezintă concentrația electronilor respectiv a ionilor m_e și m_i

masa, v_e și v_i vitezele, p_e și p_i presiunile parțiale, $\vec{g}$ accelerația gravitațională, $\vec{\Omega}$ viteza unghiulară posibilă a plasmei, $\vec{r}$ raza vectoare de girație în raport cu axa de rotație, $\vec{B}$ cîmpul magnetic iar prin ν_{en}, ν_{in} și ν_{ei} am notat frecvențele de ciocnire dintre diferitele grupuri de particule.

În cazul coloanei pozitive, ținînd seama de condițiile simplificatoare existente și semnificația fizică a mărimilor folosite, relațiile (3) și (4) se reduc la forma:

$$n v_{er} = \mu_e n \frac{\partial V}{\partial r} - D_e \frac{dn}{dr} \tag{5}$$

$$n v_{ir} = - \mu_i n \frac{\partial V}{\partial r} - D_i \frac{dn}{dr} \tag{6}$$

unde:

$$D_e = \frac{k\,T_e}{m_e \nu_{en}\left(1 + \dfrac{\omega_i^2}{\nu_{in}^2}\right)} = \frac{k\,T_e}{e}\mu_e \tag{7}$$

$$D_i = \frac{k\,T_i}{m_i \nu_{in}\left(1 + \dfrac{\omega_i^2}{\nu_{in}^2}\right)} = \frac{k\,T_i}{e}\mu_i \tag{8}$$

iar prin μ_e și μ_i am notat mobilitățile electronilor respectiv ionilor, *De* și *Di* fiind coeficienții de difuzie respectivi. Folosind ecuațiile de continuitate pentru electroni și ioni și relațiile (5) și (6) obținem ecuația diferențială de difuzie tip Bessel:

$$\frac{d^2 n}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dn}{dr} + \frac{Z}{D_a} n = 0 \tag{9}$$

a cărei soluție, finită în punctul r = 0, este:

$$n(r) = n(0) J_0(\alpha r)\,;\ \alpha = \left(\frac{Z}{D_a}\right)^{1/2} \tag{10}$$

unde $D_a = \dfrac{\mu_e D_i + \mu_i D_e}{\mu_e + \mu_i}$ reprezintă coeficientul de difuzie ambipolară iar Z — coeficentul de ionizare prin ciocniri electronice.

Remarcăm așa dar că distribuția radială a densității de sarcină este dată de o funcție de tip Bessel ca și în absența cîmpului magnetic. Din combinarea relațiilor (5), (6) și (10) și ecuația Poisson, se obține condiția de cuasineutralitate:

$$\frac{n_i - n_e}{n_0} = \alpha^2 \frac{\mu_e h_e^2 - \mu_i h_i^2}{\mu_e + \mu_i}\left(1 + \frac{J_1^2}{J_0^2}\right) \tag{11}$$

care arată menținerea stării de cuasineutralitate pentru o mare parte a coloanei pozitive cînd razele Debye h_e și h_i ale electronilor și ionilor sînt mult mai mici decît raza tubului R. În cazul micilor densități de sarcină această presupunere nu mai este adevărată, ionii și electronii difuzînd separat.

2) *Ecuația de echilibru a plasmei.*

Presupunînd densitatea de sarcină egală cu zero în punctul $r = R$ și ținînd seama de (10), obținem relația de interdependență dintre coeficientul de ionizare Z și coeficientul difuziei ambipolare D_a sub forma:

$$\frac{Z}{D_a} R^2 = K_1^2 ; \; K_1 = 2{,}405 \tag{12}$$

Dacă pentru coeficientul de ionizare folosim expresia [32]:

$$Z = \frac{2\, m_e}{e\sqrt{\pi}}\, a p\, \frac{273}{T_n} \left(\frac{2\, kT_e}{m_e}\right)^{3/2} \left(1 + \frac{e V_i}{2k T_e}\right) \exp. \left(-\frac{e V_i}{k T_e}\right) \tag{13}$$

unde p este presiunea gazului, a — un coeficient numeric care depinde de natura gazului iar Vi — potențialul de ionizare, ecuația de echilibru a plasmei este dată de relația:

$$F(x) = \frac{x^{1/2}\, e^x}{1 + \frac{2}{x}} = 2 \left(\frac{6}{\pi}\right)^{1/2} a\, \frac{273}{T_n} V_i \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2} K_1{}^{-2} \left[K\,(x,x_t) + y^2 M(x,x_i)\right] \quad 14$$

unde:

$$x = \frac{e V_i}{k T_e} ; \quad x_i = \frac{e V_i}{kT} ; \quad y = \frac{\omega_i}{P} \tag{15}$$

$$K(x,x_i) = \frac{x_i{}^{1/2}}{\Lambda_i\, (1 + x_i/x)} \left[1 + \frac{\Lambda_i}{\Lambda_e} \left(\frac{m_e x_i}{m_i x}\right)^{1/2}\right] \tag{16}$$

$$M(x,x_i) = \frac{m_i x_i{}^{3/2}\, \Lambda_i}{3e\, V_i\, (1 + x_i/x)} \left[1 + \frac{\Lambda_e}{\Lambda_i} \left(\frac{m_i x}{m_e x_i}\right)^{1/2}\right] \tag{17}$$

iar Λ_e și Λ_i sînt funcții care depind de temperatura electronilor respectiv ionilor Valoarea lor se găsește în lucrarea [32].

Legătura dintre temperatura electronilor și temperatura ionilor dată de reația:

$$T_e^2 = \left(\frac{\lambda_e}{\lambda_i}\right)^2 \frac{k_i}{k_e}\, T_i (T_i - T_n) \tag{18}$$

se btine din considerarea variației energiilor electronilor și ionilor în urma ciocuirilor cu particulele gazului neutru și ținînd seama de energia primită de la cîmpul electric. Deoarece temperatura ionilor T_i nu este mult mai mare decît temperatura gazului neutru T_n se poate considera că ionii pierd energie numai pe seama ciocnirilor elastice și în acest caz $k_i = 0{,}5$ pentru ciocnirea ion — atom și $k = 0{,}45$ pentru ciocnirea ion-moleculă. În cazul electronilor rolul principal îl joacă ciocnirile neelastice și cum se va arăta în continuare, valoarea lui k_i depinde de T_e.

3) Cîmpul electric longitudinal pentru descărcarea în Heliu. Fracțiunea medie din energia totală pierdută de un electron în urma ciocnirilor pe care le suferă, este:

$$k_e = k_{el.} + k_{in.} + k_{ex.} + k_p \tag{19}$$

unde am ținut seama de procesele elastice $k_{el.} = 2\,\frac{m_e}{m_e}$, ionizare $k_{in.} = \frac{e\,V_i Z}{{}^3/_2\,k\,T_e \nu_{en}} = \frac{2}{3}\,\frac{xZ}{\nu_{en}}$, excitare $k_{ex} = \frac{\sum\limits_s e\,V_s Z_s}{{}^3/_2\,k\,T_e \nu_{en}} = \frac{2}{3}\,\frac{x}{\nu_{ex}} \sum\limits_s \frac{V_s}{V_i} Z_s$ și ciocnirile cu pereții, $k_p = = \frac{{}^3/_2 k\,T_e Z}{{}^3/_2\,k\,T_e \nu_{en}} = \frac{Z}{\nu_{en}} = {}^3/_2 \cdot K_{ix}/x$. În notațiile folosite V_s reprezintă potențialul de excitare a nivelului, -*s*, iar Z_s — viteza de excitare a nivelului -*s*.

În cazul distribuției Maxwelliene a electronilor după energie, numărul de ciocniri efectuate de un electron în unitatea de timp capabile să ducă la excitarea nivelului -*s*, este:

$$Z_s = \frac{273\,p}{T_n} \int\limits_{V_s}^{\infty} \frac{4}{\sqrt{x}}\,\frac{v^2}{w_e^3}\,\frac{v}{\Lambda_s}\,\frac{V' - V_s}{V_{ms} - V_s}\,\text{exp.}\left(\frac{V_{ms} - V'}{V_{ms} - V_s} - \frac{v^2}{w_e^2}\right) \text{dv} \tag{20}$$

unde $w_e^2 = \left(\frac{2\,k\,T_e}{m_e}\right)^{1/2}$ iar $\Lambda_s = 132{,}8\ \lambda_s$.

Drumul mediu liber de exciare $\lambda_{ex.}$ se poate afla din relația:

$$\frac{1}{\lambda_{ex.}} = \frac{273\,p}{132{,}8\,T_n} \sum_s \frac{1}{\lambda_s}\,\frac{V' - V_s}{V_{ms} - V_s}\ \text{exp.}\left(\frac{V_{ms} - V_s}{V_{ms} - V_s}\right) \tag{21}$$

obținută pe baza rezultatelor experimentale alelui Mayer — Leibnitz [39], Fabricant [40], și Karelina [41]. Pentru heliu:

$$\lambda_1 = 7{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{cm.} \quad \lambda_2 = 2{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{cm.}$$

$V_1 = 19{,}25$ volți $V_2 = 20{,}2$ volți $V_{m1} = 20$ volți $V_{m2} = 28$ volți

Așa dar, fracțiunea medie din energia totală pierdută de un electron prin ciocniri este dată de relația:

$$\begin{aligned} k_e = 2\,\frac{m_e}{m_n} + \frac{8}{3}\left(\frac{2}{3}\,\pi\right)^{1/2} \Lambda_{e0} \left\{ a V_i \left(\frac{7}{4} + \frac{1}{2}\,x + \frac{3}{2x}\right) e^x + \right. \\ \left. + \sum_s \frac{1}{\Lambda_s}\,\frac{V_s}{V_{ms} - V_s} \left[\frac{1 + \frac{x\,V_s}{2V_i}\left(1 + \frac{V_i}{x\,(V_{ms} - V_s)}\right)}{1 + \frac{V_i}{x\,(V_{ms} - V_s)}}\right] \text{exp.}\,(1 - x)\,\frac{V_s}{V_i} \right\} \end{aligned} \tag{22}$$

rezultat care corespunde bine cu datele experimentale ale lui Bickerton și von Engel [3].

În sfîrșit, valoarea cîmpului electric longitudinal în prezența cîmpului magnetic poate fi calculată teoretic cu ajutorul formulei:

$$E = \left(\frac{64}{\pi}\right)^{1/2} \frac{273\, p}{T_n} V_i \frac{k_e{}^{1/2}}{x\, \Lambda_{e0}} \tag{23}$$

Datele experimentale demonstrează că pentru cîmpuri magnetice prea mari variația mărimilor fizice care caracterizează comportarea plasmei coloanei pozitive are loc în conformitate cu previziunile teoriei clasice a ciocnirilor binare dintre particulele încărcate și particulele neutre așa cum a fost desvoltată mai sus. Verificarea teoriei în cazul cîmpurilor magnetice puternice a fost făcută pentru prima dată de Lehnert [4]. Rezultatele sale experimentale au arătat că peste o anumită valoare a cîmpului magnetic (valoarea critică) explicarea noilor fenomene care apar nu mai poate fi făcută în cadrul teoriei clasice obișnuite. Experiența indică o viteză de difuzie a purtătorilor de sarcină în direcția perpendiculară pe cîmpul magnetic mult mai mare decît cea prezisă de teoria clasică.

D. Instabilitatea coloanei pozitive în cîmp magnetic axial

1. *Analiza instabilității.*

Recent Kadomtsev și Nedospasov [42] și separat Hoh [43] au cercetat teoretic stabilitatea coloanei pozitive din puncte de vedere diferite. Hoh a plecat dela criteriul de stabilitate Bohm la limita strat-plasmă, care stabilește că viteza radială a ionilor la limita strat-plasmă trebuie să satisfacă condiția:

$$v'_{ir} \geqslant \left(\frac{k\, T_e}{m_i}\right)^{1/2} \tag{24}$$

Dacă considerăm influența cîmpului magnetic asupra vitezei de drift radiale a ionilor v'_{ir}, se poate arăta foarte ușor că inegalitatea (24) nu mai este satisfăcută pentru valori ale cîmpului magnetic date de:

$$B \geqslant B_c = (\mu_e, \mu_{is})^{-1/2} \left(\alpha g' \frac{p_0}{R} - p_0^2\right)^{1/2} \qquad (25$$

unde

$$g' = \left(\frac{k\, m_i}{T_e}\right)^{1/2} \frac{T_e + T_i}{e} \frac{\mu_{es}\, \mu_{is}}{\mu_{es} + \mu_{si}} \frac{J_1\left(\alpha \frac{r'}{R}\right)}{J_\circ\left(\alpha \frac{r'}{R}\right)} \tag{26}$$

iar prin μe_1 și μ_{i1} am notat mobilitatea electronilor respectiv mobilitate ionilora la presiunea de 1 mm.col. Hg. Se observă că principalele mărimi sînt evaluate la limita strat-plasmă r' ceea ce ne face să credem că există o anumită incertitudine în obținerea adevăratei valori a lui g'.

Hoh a postulat că dacă criteriul de stabilitate Bohm nu este satisfăcut, instabilitatea stratului duce la un transport de particule încărcate perpendicular pe cîmpul magnetic care depășește valoarea dată de teoria clasică. Pentru o scară largă a parametrilor acordul dintre teorie și experiență este satisfăcător. Dacă acest acord apare întîmplător sau are o bază logică, deocamdată nu se poate da un răspuns precis deoarece nu se cunoaște mecanismul prin care este posibil ca instabilitatea stratului să afecteze comportarea macroscopică a plasmei. Expresia dată de relația (25) pentru cîmpul magnetic critic B este foarte sensibilă la specia de ioni din descărcare, însă depinde relativ slab de temperatura electronilor.

Kadomtsev și Nedospasov abordează problema instabilității coloanei pozitive cu ajutorul analizei perturbatorii. Teoria lor se reduce la domeniul cîmpului magnetic pentru care $\Omega_e \tau_e = \frac{eB}{m_e C} \tau_e \gg 1$ și $\Omega_i \tau_i = \frac{eB}{m_i c} \tau_i \ll 1$ unde $\frac{1}{\tau_{e,0}}$ și $\tau_{e,i}$ sînt frecvențele respectiv timpii medii de ciocnire a electronilor și ionilor cu particulele neutre ale gazului. Această aproximație este destul de valabilă în jurul cîmpului magnetic critic B_c. Starea neperturbată este controlată de difuzia ambipolară și de ionizarea într-o singură treaptă. Procesele în mai multe trepte și recombinația de volum sînt nesemnificative.

Calitativ se poate vedea foarte ușor că în prezența cîmpului magnetic longitudinal coloana de plasmă își pierde din stabilitate. În absența cîmpului magnetic orice perturbație a plasmei dispare imediat ca rezultat al creștere vitezei de difuzie a particulelor din regiunile cu exces de densitate. În particular torsionarea și răsucirea liniilor de forță conduce la creștera fluxului de particule ce lovesc pereții în porțiunile în care liniile devin mai dense și la scăderea fluxului în porțiunile în care aceste linii se răresc. Acest efect este cel care restabilește starea inițială a plasmei. În prezența cîmpului magnetic apare însă o forță adițională $\vec{j} \times \vec{B}$ ($\vec{j}$ densitatea de curent). Funcție de forma distorsionării helicoidale această forță acționează sau în direcția axei descărcării sau în direcția pereților. Cînd acționează în direcția pereților are loc o creștere a perturbației inițiale. Forța destabilizatoare crește cu creșterea cîmpului magnetic iar acțiunea de stabilizare a pereților scade. Pentru un cîmp magnetic suficient de intens plasma poate deveni instabilă.

Pentru studierea fenomenului de instabilitate a coloanei pozitive în prezența cîmpului magnetic axial Kadomtsev și Nedospasov au plecat dela ecuațiile de continuitate ale electronilor și ionilor:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla (n\vec{v}_i) = \frac{\partial n}{\partial t} + \nabla (n\vec{v}_e) = Zn. \tag{27}$$

și de la ecuația de mișcare:

$$\frac{k\, T_e}{m_e n} \nabla n = - \frac{e}{m_e c} \vec{\mathrm{v}}e \times \vec{B} + \frac{e}{m_e} \nabla V - \frac{\vec{v}_e}{\tau_e} \tag{28}$$

unde $\frac{1}{2_e}$ reprezintă frecvența de ciocnire electron-moleculă iar V potențialul cîmpului electric. Pentru condiția $\Omega_e\tau_e \gg 1$ din relația (28) obținem:

$$\begin{cases} \vec{v}_{e\perp} = \frac{\mu_e}{\Omega_e\tau_e}\vec{h} \times \nabla V - \frac{D_e}{\Omega_e\tau_e}\frac{1}{n}\vec{h} \times \triangle n + \frac{\mu_e}{(\Omega\,\tau)^2}\nabla V - \frac{D_e}{(\Omega_e\tau)_z}\frac{\nabla x}{n} \\ V_{ez} = \mu_e\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{D_e}{u}\frac{\partial_n}{n} \end{cases} \tag{29}$$

unde $\vec{h} = \frac{\vec{B}}{B}\cdot$ Presupunînd frecvența de ciocnire a ionilor cu moleculele gazului neutru $\frac{1}{\tau_i}$ mult mai mare decît frecvența ciclotronică a ionilor $\Omega_i = \frac{eB}{m_ic}$ și decît frecvența oscilațiilor probabile, putem neglija efectul cîmpului magnetic asupra ionilor. În acest caz:

$$\vec{V}_i = -\mu_i\,\Delta\vec{V} \tag{30}$$

Substituind expresiile (29) și (30) în (27) se obțin două ecuații pentru n și V:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\mu_e}{\Omega_e\tau_e}\vec{h} \times \Delta V + \frac{\mu_e}{(\Omega_e\tau_e)^2}\text{div.}\, n\Delta_\perp V - \frac{D_e}{(\Omega_e\tau_e)^2}\Delta_\perp n + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{en}\frac{\partial V}{\partial z} - D_e\frac{\partial n}{\partial z}\right) = \\ = Zn \tag{31}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \mu_i\,\text{div.}\; n\Delta V = Zn \tag{32}$$

Presupunînd acum $\lambda_i \ll R$ și ținînd seama de condiția Schottky, obținem:

$$n(r) = N_\circ J_\circ(\alpha_\circ r)\,;\ \frac{dV_\circ}{dr} = \frac{De}{\mu_e + \mu_i(\Omega_e\tau_e)^2}\frac{1}{n_\circ}\frac{dn_\circ}{dr} \tag{33}$$

$$Z = \frac{\mu_i}{\mu_e}\frac{D_e{}^2\alpha}{1 + \frac{\mu_i}{\mu_e}(\Omega_e\tau_e)^2} \tag{34}$$

unde $\alpha_0 = \frac{\alpha}{R}$ iar N_0 este densitatea în punctul $r = 0$.

Pentru obținerea condiției de instabilitate trebuie aflată frecvența micilor oscilații ale liniilor de curent. Deoarece starea de echilibru prezintă simetrie cilindrică, putem considera perturbațiile de forma $f(r)e^{im\varphi + ikz - i\omega t}$ unde φ este unghiul azimutal. Se obține astfel următoarele ecuații:

$$\left\{-i\omega - Z + ikV_0 + k^2 D_e + \frac{im}{r}\frac{\mu_e}{\Omega_e\tau_e}\frac{dV_0}{dr}\right\} n' - \frac{D_e}{(\Omega_e\tau_e)^2}\Delta_\perp n' + \frac{\mu_e}{(\Omega_e\tau_e)^2}\frac{1}{r}\frac{d}{dr} \\ \left(rn'\frac{dV_0}{dr}\right) - \left\{k^2\mu_e n_0 + \frac{im}{r}\frac{\mu_e}{\Omega_e\tau_e{}^2}\cdot\frac{dn_\circ}{dr} + \frac{m_2}{r_2}\frac{\mu_e n_\circ}{(\Omega_e\tau_e)^2}\right\} V' + \\ + \frac{\mu}{(\Omega_e\tau_e)^2}\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rn_\circ\frac{dV'}{dr}\right) = 0 \tag{35}$$

$$(-\mathrm{i}\omega - Z)n' + \mu_i k^2 n_0 V' + \mu_i \frac{m^2}{r^2} n_0 V' + \mu_i \frac{1}{r}\frac{d}{dr} r\left(n_0 \frac{dV'}{dr} + n'\frac{dV_0}{dr} = 0\right) \tag{36}$$

Rezolvarea exactă a sistemului de ecuații (35) — (36) este dificilă de aceea Kadomtsev și Nedospasov au recurs la o metodă aproximativă considerînd pentru n' și V' dependența radială de forma $n' = n_1 J_1(\beta_1 \tau)$. Obținem astfel un sistem de două ecuații algebrice pentru n_1 și V_1:

$$\left\{-i\omega - Z + ikV_0 + k^2 D_e + \frac{D_e\beta_1^2}{(\Omega_e\tau_e)^2} - im\frac{L}{\Omega_e\tau_e} - \frac{Q}{(\Omega_e\tau_e)^2}\frac{D_e\beta_0^2}{1 + \frac{\mu_i}{\mu_e}(\Omega_e\tau_e)^2}\right\}\frac{n_1}{n^\circ} - \left\{k^2\mu_e - imA\beta_0^2\frac{\mu_e}{\Omega_e\tau_e} + \frac{\mu_e\beta_1^2}{(\Omega\tau_e)^2}C\right\}V_{1=0} \tag{37}$$

$$\left\{-i\omega - Z + \frac{\mu_i}{\mu_e}\frac{QD_e\beta_1^2}{1 - \frac{\mu_i}{\mu_e}(\Omega_e\tau_e)^2}\right\}\frac{n_1}{n^\circ} + \mu_i\beta_1^2 V_1 = 0 \tag{38}$$

unde n° este valoarea medie a densității neperturbate, $A = 0{,}66$, $C = 0{,}79$) $L = 0{,}74$, $Q = 1{,}56$.

Egalînd cu zero determinantul sistemului de mai sus, se poate obține relația de dispersie pentru ω. Condiția de stabilitate apare numai cînd partea imaginară a frecvenței este mai mică sau egală cu zero. Folosind relația de dispersie, condiția de stabilitate poate fi scrisă sub forma:

$$K_1X^4 + F_1X^2 + G_{d1} + G_{r1} \leqslant m\,0{,}163\frac{V_{ez}}{\alpha_0}\frac{R}{D_e}\frac{\mu_e}{\mu_i}X \tag{39}$$

unde:

$$K_1 = 0{,}87\gamma^{-1};\; F_1 = \frac{0{,}9 + 0{,}56\,y}{y\,(1 + y)};\; G_{\partial_1} = 0{,}21\frac{1 - 0{,}16\,y}{y\,(1 + y)}$$

$$G_{r1} = 0{,}082\frac{\mu_e}{\mu_i}\frac{1}{1 + y};\; y = \frac{\mu_i}{\mu_i}(\Omega_e\tau_e)^2;\; X = \frac{kR}{\alpha_1}\Omega_e\tau_e \tag{40}$$

Deoarece la criticitate $\frac{V_{ez}}{\alpha_0}\frac{R}{D_e} = v^*$ iar $m = 1$, relația (39) poate fi pusă sub forma:

$$K_1x^4 + F_1\,x^2 + G_1 \leqslant 0{,}163\,v^*\frac{\mu_e}{\mu_i}X. \tag{41}$$

Proprietățile instabilității.

Cu toate că teoria K — N nu redă, cu suficientă claritate felul în care se produce destabilizarea sistemului, din condiția de stabilitate (39) putem trag unele concluzii. Astfel, termenul din membrul drept include efectele de destabilizare a sistemului. Instabilitatea apare numai cînd $E_z \neq 0$ și cînd viteza de drift a electronilor este suficient de mare. În absența cîmpului electric longitudinal plasma este stabilă. Efectele de stabilizare sînt incluse în termenii din partea stîngă a relației (39). În primul termen $K_1 X^4$ sînt incluse efectele de disipație datorate difuziei și conductibilității electronilor de-a lungul cîmpului magnetic B. Termenul G_{d1} ține seama de aceleași defecte însă în direcția perpendiculară pe cîmpul magnetic iar $F_1 X^2$ reprezintă un cuplaj între efectele de disipație longitudinale și transversale. Termenul G_{r1} apare din rotația $\frac{\vec{E}_{or} \times \vec{B}}{B^2}$ a distribuției perturbate a electronilor în cîmpul ambipolar neperturbat E_{or}. Nefiind afectați de prezența cîmpului magnetic, ionii rămîn în urma rotației electronilor.

Pentru înțelegerea mecanismului fizic care duce la instabilitate vom da aici raționamentul lui Hoh [44, 45] care a desvoltat aspectul fenomenologic al teoriei K—N. Un observator exterior ar observa instabilitatea coloanei pozitive sub forma dată de fig. 1. Hoh și Lehnert au propus pentru instabilitatea de felul acesta denumirea de „instabilitate șurub" spre deosebire de denumirea de „instabilitate prin curenți de convecție" propusă de Kadomtsev și Nedospasov.

Din fig. 1 se observă că cîmpul electric axial duce la creșterea șurubului electronic față de cel ionic. Aceasta este echivalent cu rotirea șurubului electronic în direcția pozitivă a unghiului φ. Cîmpul electric azimutal $\vec{E}_\varphi$ care ia naștere caută să împingă particulele încărcate către pereți cu viteza $\frac{\vec{E}_\varphi \times \vec{B}}{B^2}$ și să destabilizeze plasma.

Viteza unghiulară ω_r dată în fig. 1 este compatibilă cu teoria și experiența.

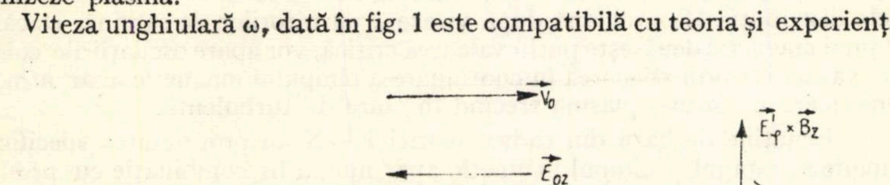


Fig. 1

Pe de altă parte cîmpul electric ambipolar $\vec{E}_{or}$ caută să rotească șurubul electronic în direcție inversă față de cel ionic. Această acțiune contracarează separarea sarcinilor produsă de cîmpul electric longitudinal. În cazul în care aceste două efecte se echilibrează, rotația șurubului electronic va deveni constantă. Celelalte efecte de stabilizare apar pe seama proceselor de difuzie și conductibilitate care caută să amortizeze perturbațiile densității de sarcină și potențialului și să suprime asimetria.

Avînd în vedere succesul obținut în explicarea instabilității coloanei pozitive în cîmp magnetic longitudinal, instabilitatea șurub poate fi folosită pentru lămurirea instabilităților din Stellarator și instalația Zeta [46, 47]. Forța destabilizatoare își are originea în mișcarea șurubului electronic de-a lungul cîmpului magnetic. Este important de reținut că această forță depinde de viteza axială a electronilor și este independentă de intensitatea curentului și de gradul de ionizare.

1. Concluzii

Fără nici un fel de restricții, studiul coloanei pozitive în cîmp magnetic cu intensități mici poate fi făcut în cadrul teoriei clasice. Fenomenul care atrage atenția și care nu mai poate fi explicat în cadrul acestei teorii este instabilitatea șurub. Caracteristic instabilității este creșterea bruscă a gradientului de potențial axial însoțită de o pierdere foarte mare de particulare încărcate la pereții tubului de descărcare. Bazîndu-se pe datele experimentale ale lui Hoh și Lehnert, Kadomtsev și Nedospasov au desvoltat o teorie care explică satisfăcător instabilitatea.

Mecanismul difuziei normale operează cel puțin pînă la valoarea critică a cîmpului magnetic și în acest domeniu nu este necesar să considerăm abateri dela distribuția Maxwelliană după viteze a purtătorilor de sarcină. Dacă însă cîmpul magnetic depășește puțin valoarea critică, vor apare oscilații ale coloanei de plasmă iar prin creșterea în continuare a cîmpului magnetic apar armonice superioare uniforme, plasma trecînd în stare de turbulență.

Ecuațiile de bază din cadrul teoriei K—N au proprietatea specifică că lungimea, timpul și cîmpul magnetic apar numai în combinație cu presiunea sub forma ap, tp, $\frac{B}{p}$ din cauză că Z este direct proporțional cu presiunea iar μ, D și θ sînt invers proporționali cu presiunea. Aceste mărimi depind inplicit de temperatura electronilor și ionilor fiind deci dependente de schimbul de energie adică în ultimă instanță de raportul $\frac{E}{p}$. Pentru două sisteme geometrice similare parametrii ap, $\frac{E}{p}$ și $\frac{B}{p}$ identici, ecuațiile de bază coincid iar procesele vor diferi numai la scara timpului. Din cauză că densitatea de sarcină intervine liniar în aceste ecuații, valoarea curentului electric nu este afectată de procesele care au loc în plasmă. Dacă gradul de ionizare este așa de mic încît se pot neglija ciocnirile electron-ion, mărimile $\frac{E}{p}$ și $\frac{\omega}{p}$ sînt funcții numai de $\frac{B}{p}$ și ap și sînt independente de curentul de descărcare.

Desvoltarea instabilității apare cînd distribuția de densitate a plasmei își pierde simetria axială căpătînd forma de spirală rotatorie cu lungimea de undă mare. Paulikas și Pyle cred că în acest caz avem de aface cu o ionizare ondulatorie și nu cu o deplasare a plasmei. Cu cît cîmpul magnetic tinde către valori mai mari, cu atît plasma tinde mai repede către starea de turbulență. Principala mărime fizică răspunzătoare de apariția instabilității este cîmpul electric axial. Dacă s-ar lucra în condițiile $E_x \equiv 0$ instabilitatea ar trebui să dispară.

Este interesant de remarcat că din cauza complexității fenomenelor nu s-a ajuns pînă în prezent la o concluzie unică asupra cauzelor care determină instabilitatea plasmei în general în cîmp magnetic. Se cunoaște numai că instabilitatea determină apariția unui microcîmp electric (de origine diferită la diferiți autori) care împreună cu cîmpul magnetic aplicat din exterior determină driftul purtătorilor de sarcină în direcția perpendiculară pe cîmpul magnetic.

Bohm propune oscilațiile întregii plasme, Drumond și Rosenbluth au determinat coeficientul de difuzie anormală asociindu-l cu instabilitatea two-steam, Spitzer [48] asociază fenomenului de instabilitate undele acustice ionice din plasmă, Kadomtsev și Nedospasov descriu „instabilitatea șurub" prin curenți de convecție etc. Nu este mai puțin adevărat că din cauza numărului mic de lucrări experimentale nu se pot trage concluzii precise din dateleexistente pînă în prezent.

În ultimul timp cercetările s-au deplasat către cîmpuri magnetice foarte intense [49] cînd plasma trece în starea de turbulență. Aceasta a făcut ca multe din problemele nelămurite să nu-și găsească rezolvarea în cadrul unor date experimentale demne de încredere. Părerea noastră este că în faza actuală trebuiesc intensificate cercetările experimentale în condiții de limită cînd instabilitatea dispare în anumite condiții și apare în altele. De asemeni trebuie acordată o mai mare atenție condițiilor concrete de lucru deoarece de foarte multe ori acestea nu permiteau folosirea teoriei create în limitele conceptului Schottky, cu toate că teoria lui Schottky era folosită ca bază de plecare, în mod abuziv, pentru explicarea unor rezultate.

Autorul mulțumește Acad. Prof. E. Bădărău și Prof. Dr. Dc. St. Gh. Brătescu pentru indicațiile primite și observațiile folositoare privind lămurirea mai aprofundată a unora dintre fenomenele prezentate. Discuții prețioase am purtat de asemeni cu Dr. Iova Iancu, pentru care îi mulțumesc.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Bădrău, I. Popescu Gaze Ionizate – Procese Fundamentale, Ed. Tehn. București (1963) pp. 282
2. E. Toader St. Cerc. Fiz. 17 10 1965
3. R. Bickerton, A. von Engel Proc. Phys. Soc. 69 468 1956
4. B. Lehnert Proceedings of the Second U.N. Intern. Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy (U.N., Geneva 1958) Vol. 32, pp. 439
5. F. C. Hoh, B. Lehnert Phys. Fluids 3 4 1960

6. G. Paulikas, R. Pale Phys. Fluids 5 3 1962
7. E. Toader Rev. Roum. Phys. — sub tipar —
8. B. B. Kadomtsev J.T.F. 31 11 1961
9. B. Arţimovicii, A. Nedospasov D.A.N. CCCP 145 5 1962
10. A. Nedospasov J.T.F. 36 10 1966
11. Sato Nariyoshi et al. J. Phys. Soc. Japan 21 8 1966
12. G. Spiwak, E. Reichrudel Tech. Phys. of USSR 5 9 1938
13. E. Reichrudel, G. Spiwak D.A.N. CCCP 18 18 1942
14. Fataliev J.E.T.F. 9 7 1939
15. O. Repkova, G. Spiwak Jour. of Phys. USSR 9 3 1945
16. W. Allis, H. Allen Phys. Rev. 5t2 713 1937
17. L. Tonks Phys. Rev. 51 744 1937
18. L. Tonks, W. Allis Phys. Rev. 52 710 1937
19. L. Tonks Phys. Rev. 56 360 1939
20. G. Rochlin J.E.T.F. 9 7 1939
21. Ch. Cummings, L. Tonks Phys. Rev. 39 514 1941
22. Th. V. Ionescu Ann. Sci. Univ. Iassy, XXVI, Fasci, 1, 225, 1940
23. R. Pîrvan Teza de Doctorat, Univ. Bucureşti, 1967
24. R. Pîrvan Rev. Roum. Phys. 9 7 1964
25. D. Bohm The Characteristics of Electrical Discharge in Magnetic Ffield, edited by by A. Guthrie and R. Wakerling, (Mc.Graw-Hill Book Company, Inc., New-York 1949)
26. A. Simon Referatul 4, pp. 343
27. A. Simon Phys. Rev. 98 2 1955
28. A. Zharinov Atom. Energ. 7 220 1959
29. A. Zharinov Atom. Energ. 7 215 1959
30. W. Bostic, A. Levine Phys. Rev. 97 13 1955
31. H. Alfven Cosmical Electrodinamics, Oxford, 1950
32. A. von Engel, M. Steenbeck Electrische Gasentladungen Vol. I—II, Berlin, 1932.
33. E. Bădărău, C. Popovici, M. Someşan Rev. Roum. Phys. 12 1 1967
34. C. Popovici, M. Someşan Appl. Phys. Let., U.8, 5 1966
35. C. Popovici, M. Someşan Electronics Letters, April, 1965
36. C. Popovici, M. Someşan Proc. 7 Int. Conf. Phenomena Ionized Gases, Beograd, 1965
37. M. Someşan, C. Popovici Appl. Phys. Let. 9 1 1966
38. C. Popovici, M. Someşan, V. Nistor Phys. Letters 22 587 1966
39. Maier-Leibnitz Zs. f. Phys. 95 1935 1935
40. A. Fabricant D.A.N. CCCP 27 891 1937
41. A. Karelina Jour, Phys. USSR 6 218 1942
42. B. B. Kadomtsev, A. Nedospasov J. Nucl. Ener. PartC, 1 230 1960
43. F. C. Hoh Phys. Rev. Lett. 4 11 1960
44. F. C. Hoh, B. Lehnertζ Phys. Rev. Lett. 7 3 1961
45. F. C. Hoh Phys. Fluids 5 1 1962
46. ER. Ellis et al. Proc. 4 Int. Conf. on Ionization Phenomena in Gases, Uppsala (North-Holland Publ. Comp., Amsterdam 1960)
47. W. Burton Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Salzburg 1961) paper CN-10/60/A
48. L. Spitzer Jr. Phys. Fluids 3 659 1960
49. V. Golant şi colab. J.T.F. 35 6 1964
50. D. Huchital, E. Holt J. Appl. Phys. Lett. 8 12 1966
51. Che Jen Chen J. Appl. Phys. 37 1 1966
52. O. Holter, R. Johnson Phys. Fluids 9 1 1966
53. A. Nedospasov, A. Sobolev J.T.F. 36 10 1966

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПОВЕДЕНИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО СТОЛБА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В этой работе показываются главные результаты, вытекающие из анализа многих работ, в которых изучается поведение положительного столба в магнитном поле. Анализируются как классические результаты, так и микроскопическая неустойчивость.

SOME PROBLEMS REGARDING THE BEHAVIOUR OF THE POSITIVE COLUMN IN A MAGNETIC FIELD

ABSTRACT

The object of this paper is a study of the main papers in which the behaviour of the positive column in a magnetic field is studied.

Both classical results and macroscopic instability phenomenon are presented.

INTERACȚIE UNDE CENTRIMETRICE — PLASMA

N. MARINESCU

1. Introducere

În mare măsură, ca rezultat al desvoltării cercetărilor spațiale, a fuziunii termonucleare controlate, problema propagării undelor electromagnetice în mediul plasmă a făcut obiectul unei literaturi abundente. Astfel teoria a fost invocată să explice fenomene ca: propagarea radioundelor în ionosferă în spațiul interstelar și interastral, reflexia undelor de către traseul provocat de căderea meteorilor și de stratul de gaz ionizat care se formează în jurul vehicolelor cosmice cînd acestea pătrund în atmosferă, precum și propagarea microundelor în plasmele produse în laborator. În toate aceste aplicații mediul pe care unda electromagnetică îl traversează este formal același: o plasmă, un gaz ionizat, macroscopic neutru, alcătuit din electroni liberi, ioni liberi, și din atomi sau molecule neutre. Termenul de plasmă a fost introdus de către Langmuir în anul 1929 și se referă la regiunea gazului ionizat unde densitatea electronilor liberi este aproximativ egală cu densitatea ionilor pozitivi, gazul rămînînd în întregime neutru din punct de vedere electric. Modelul de plasmă cel mai elementar care prezintă proprietăți oscilatorii, și care va fi utilizat în lucrarea de față, este format din ioni pozitivi imobili care servesc la compensarea sarcinii electrice a electronilor mobili, a căror mișcare sub influența forțelor de natură electrică se consideră că se face fără ciocniri. În cadrul acestui model se consideră că electronii sînt uniformi distribuiți în absența oricărei perturbații, și că nu au mișcare termică. Se va considera deasemenea că plasma umple tot spațiul și că rămîne neutră din punct de vedere electric în lipsa excitării din afară de către o undă electromagnetică. Dacă un grup de electroni sînt deplasați din pozițiile lor de echilibru de către o forță exterioară, ei vor fi supuși acțiunii unei forțe de atracție din partea cîmpului electric al ionilor pozitivi, față de care s-au deplasat, cate tinde să restabilească echilibrul. Electronii vor fi astfel accelerați spre pozițiile lor de echilibru, energia lor cinetică va crește și în loc de a reveni în pozițiile inițiale le vor depăși oscilînd înainte și înapoi, întocmai ca un oscilator armonic elementar. Astfel o perturbație a plasmei duce la stabilirea de oscilații libere al electronilor în jurul pozițiilor lor de echilibru, cu o frecvență naturală ω_p care este proporțională cu rădăcina pătrată a densității de electroni. Electronii plasmei se comportă asemănător unui sistem rezonant. Această rezonanță naturală a plasmei are după cum vom vedea efecte interesante asupra propagării undelor electromagnetice. Acest tip de oscilaţii a fost descris pentru prima dată în anul 1906 de lord Rayleigh într-o lucrare în care discuta modul de oscilaţie al unui nor de electroni în modelul atomic al lui Thomson. În anul 1929 Langmuir şi Tonks în lucrările lor în legătură cu oscilaţiile în descărcările în gaze au folosit pentru prima oară termenul de „frecvenţa plasmei", arătînd că ω_p peste frecvenţa cu care electronii oscilează în jurul poziţiei lor de echilibru. Deoarece ionii pozitivi din plasmă sînt mult mai grei decît electronii, masa unui ion fiind aproximativ de cel puţin 1800 de ori mai mare decît masa unui electron, şi ştiind că sub acţiunea unui cîmp electromagnetic alternativ, amplitudinea oscilaţiilor particulelor electrice este invers proporţională cu rădăcina pătrată a masei lor, viteza ionilor va fi neglijabilă în comparaţie cu viteza electronilor astfel că curentul ionilor pozitivi va fi neglijabil în comparaţie cu curentul electronic. Astfel, proprietăţile gazului ionizat supus acţiunii cîmpului electric de ultra înaltă frecvenţă vor fi determinate în mod unic de electronii liberi şi nu de ioni (pozitivi sau negativi). Lucrarea de faţă, care îşi propune să discute caracteristicile propagării unei unde electromagnetice în prezenţa unei plasme se va referi la cazul unei plasme slab ionizate, ceeace va permite neglijarea ciocnirilor electroni-electron şi electron — ion, în comparaţie cu ciocnirile electron-particulă — neutră, dat fiind numărul mare de particule neutre din plasmă

2. Propagarea undelor în plasma fără cîmp magnetic

Se ştie că proprietăţile electrice ale materiei sînt determinate de existenţa sau inexistenţa acelor sarcini electrice care sînt capabile de deplasări sub acţiunea forţelor interioare sau exterioare de natură electrică sau electromagnetică. Sub acţiunea unui cîmp electromagnetic, particolele încărcate ale unui gaz ionizat sînt antrenate într-o mişcare coherentă, din care rezultă sarcini şi. curenţi electrici care în general sînt diferiţi de zero. La rîndul lor, aceştia excită un cîmp electromagnetic secundar care se combină cu cîmpul primar, determinînd astfel mişcarea particulelor. Astfel interacţiile între plasmă şi undele electromagnetice sînt regizate simultan de către ecuaţiile de mişcare ale particulelor şi de ecuaţiile lui Maxwell. Descrierea matematică a influenţei undei asupra plasmei constă deci în rezolvarea simultană a ecuaţiilor lui Maxwell şi ecuaţiei Langevin. Pentru a cunoaşte proprietăţile plasmei aflat într-un cîmp electromagnetic trebuiesc deduse σ, ε, μ. În cazul particular al plasmei supusă acţiunei cîmpurilor electromagnetice de ultra înaltă frecvenţă conductivitatea, respectiv permeabilitatea sa şi permitivitatea vor fi exclusiv determinate de către electronii liberi, care din cauza micii lor inerţii sînt singurii capabili să urmeze oscilaţiile cîmpului electromagnetic şi să oscileze cu o amplitudine neneglijabilă. Ca primă aproximaţie considerăm că nu se vor produce nici un fel de ciocniri de nici un tip. O undă plană care se propagă în acest mediu satisface ecuaţiile lui Maxwell.

$$\nabla \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}} \tag{1}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \dot{\vec{D}} + \vec{J} \tag{2}$$

în care

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \tag{3}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \tag{4}$$

$$\vec{J} = \mathrm{ne}\vec{v} \tag{5}$$

e. — sarcina electronului, n — densitatea de electroni, v — viteza electronului (în toată lucrarea se va folosi sistemul *MKS*). Se consideră că în mediu nu există nici o sursă de electroni, ecuația de continuitate trebuind să fie satisfăcută.

$$\frac{\partial}{\partial t}(ne) + \nabla\vec{J} = 0 \tag{6}$$

Deoarece electronii sînt acționați de către cîmpul electromagnetic, mișcarea lor va fi determinată din ecuația

$$nm\frac{dv}{dt} = ne(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \tag{7}$$

Făcînd uz de faptul că $|H| = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\eta}}\,|E|$ rezultă că termenul $\vec{v} \times \vec{B}$ din ecuația 7 diferă de $\vec{E}$. printr-un factor

$$\sqrt{\varepsilon\mu}\ \mathrm{v} = \frac{v}{c} \ll 1 \tag{8}$$

și din acest motiv va fi neglijat. Multiplicînd ecuația 7 cu e și făcînd uz de ecuația 8, obținem relația

$$-\frac{d\vec{J}}{dt} = \frac{ne^2}{m}\vec{\mathrm{E}} \tag{9}$$

Presupunînd că variația în timp a cîmpurilor este de formă exp ($i\ \omega\ t$) ecuația 9 se mai poate scrie

$$\vec{J} = i\frac{ne^2}{m}\vec{E} \tag{10}$$

astfel conductivitatea σ este imaginară.

$$\sigma = i\frac{ne^2}{m\omega} \tag{11}$$

Ținînd seama de ecuația 10 ec. 2 mai poate fi scrisă astfel

$$\nabla \times \vec{H} = \left(-i\omega\varepsilon + i\,\frac{ne^2}{m\omega}\right)\vec{E} \tag{12}$$

Ecuația (12) poate fi pusă într-o formă similară cu ecuația corespunzătoare propagării în spațiul liber $\nabla \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon\,\vec{E}$ prin introducerea unei constante dielectrice echivalente ε_p

$$\nabla \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon_p\,\vec{E} \tag{13}$$

în care

$$\varepsilon_p = \left(1 - \frac{ne^2}{m\omega^2\varepsilon}\right)\varepsilon \tag{14}$$

Astfel efectele pe care plasma le are asupra propagării unei unde electromagnetice, pot fi reprezentate prin intermediul constantei dielectrice ε_p. Deoarece termenul $\frac{ne^2}{m\varepsilon}$ din ecuația 14 are dimensiunile patratului unei frecvențe îl vom nota prin

$$\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\varepsilon} \tag{15}$$

ω_p fiind frecvența plasmei. Expresia constantei dielectrice a plasmei (14) în funcție de ω_p devine

$$\varepsilon_p = \left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\right]\varepsilon \tag{16}$$

Din ec. (16) rezultă că în absența unui cîmp magnetic dielectrică a plasmei este mai mică decît constanta dielectrică a spațiului liber. Dacă considerăm unda plană care se propagă cu o dependență de forma exp $(\pm\,\gamma_z)$, între constanta dielectrică ε_p și constaca de propagare γ există după cum știm relația

$$\gamma^2 = -\,\omega^2\mu\varepsilon_p \tag{17}$$

care se mai poate scrie făcînd uz de ec. (15), aștfel

$$\gamma^2 = -\,\frac{\omega^2}{c^2}\left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\right] \tag{18}$$

Deoarece constanta de propagare este un număr complex, fiind exprimată prin ecuația $\gamma = \alpha + i\beta$, din ec. (18) rezultă că pentru $\omega > \omega_p$ membrul drept al ecuației este negativ și astfel constanta de propagare este pur imaginară, reducîndu-se la o constantă de fază $\gamma = i\beta$. În acest caz unda se va propaga, avînd o dependență spațio-temporală de forma exp. $(\omega t \pm \beta z)$. Plasma se comportă în acest caz asemănător unui dielectric constituind un mediu de propagare transparent pentru undele electromagnetice. Pentru $\omega < \omega_p$ membrul drept al ec. (18), este pozitiv constanta de propagare este reală, reducîndu-se la o constantă de atenuare $\gamma = \alpha$. Obținem în acest caz o undă amortizată exp $(-\,i\omega t \pm \alpha z)$. Astfel pentru undele a căror frecvență $\omega < \omega_p$ curentul asociat mișcării electronilor modifică cîmpul magnetic oscilant, viteza de fază devine imaginară și undele electromagnetice nu se mai pot propaga în absența unui cîmp magnetic. Electronii exclud dela propagare frecvențele mai joase decît ω_p. La limita spațiul liber — plasma, dacă sursa de unde plane este în afara plasmei o undă incidentă cu $\omega < \omega_p$ va fi total reflectată. Plasma se comportă în acest caz asemănător unei suprafețe metalice conductoare. Pentru $\omega = \omega_p$ unda este tăiată ; indicele de refracție al plasmei n, și constaant sa de propagare γ sînt nule, astfel că unda electromagnetică este reflectată similar cu fenomenul care apare într-un ghid de undă în apropierea frecvenței de tăiere. Totodată observăm că pentru $\omega = \omega_p$ cîmpul magnetic este zero, iar cîmpul electric satisface ecuația $\nabla \times \vec{E} = 0$. Astfel la tăiere nu poate exista o undă electromagnetică transversală. În acest caz poate exista cel mult o undă electrică longitudinală, sau cum se mai numește o undă electrostatică. Deci mediul plasma acționează ca un filtru trece sus, cu o frecvență de tăiere $\omega = \omega_p$ și cu o bandă de oprire în intervalul de frecvențe cuprins între $\omega = 0$ și $\omega = \omega_p$, fig. 1 Descrierea de mai sus este simplificată, deoarece s-a neglijat faptul că electronii liberi interacționează prin ciocnire cu ceilalți constituenți ai plasmei. Ciocnirile reprezintă în general mecanismul prin care electronii pot cîștiga energie de la cîmp. Ecuația (10) arată că în absența ciocnirilor, curentul (și deci viteza cu care oscilează electronii) este defazat cu 90° în raport cu cîmpul electric.

Din această cauză, electronii care se află în cîmpul de ultra înaltă frecvență nu pot cîștiga energie dela cîmp. În realitate, într-o plasmă ciocnirile interferă cu mișcarea oscilatorie a electronilor dirijați de către cîmpul electromagnetic. În aceste ciocniri cantitatea de mișcare își schimbă direcția. Viteza electronilor își păstrează direcția între ciocniri, dar este dispersată în toate direcțiile posibile după șoc, astfel că o parte din numărul total de electroni va dezvolta o componentă a vitezei care este în fază cu cîmpul electric. Devine astfel posibil ca electronii să piardă relația de fază indicată de ec. (10) și deci să poată absorbiri energie dela cîmpul electromagnetic ducînd astfel la o atenuare a undei. Conductivitatea acestui mediu va fi astfel o cantitate complexă

$$\sigma = \sigma_r + i\,\sigma_i \qquad (19)$$

Pentru a ține seama de efectele datorate ciocnirilor care au loc într-o plasmă în ecuația de mișcare (7), vom adăuga conform teoriei lui Langevin, termenul $nm\nu\vec{v}$

$$nm\,\frac{d\vec{v}}{dt} + nm\,\nu\vec{v} = ne\vec{E} \qquad (20)$$

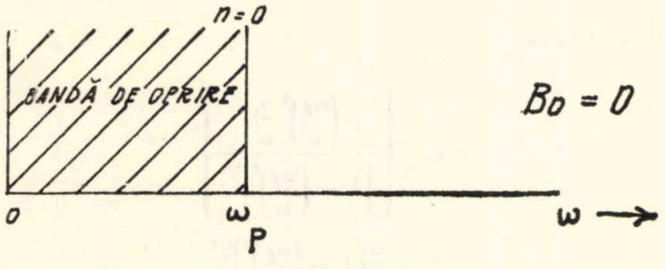


Fig. 1. — Caracteristica de filtru a plasmei fără cîmp magnetic.

în care din nou termenul $\vec{v}x\vec{B}$ a fost neglijat. În această ecuație ν reprezintă frecvența de ciocnire electron — particulă neutră efectul ei fiind introdus sub forma unei forțe de frecare. Din ec. (20) rezultă viteza ordonată $\vec{v}$

$$\vec{v} = \frac{e\,\vec{E}_0\, e^{i\omega t}}{im\omega + m\nu} \tag{21}$$

Astfel densitatea curentului total de hiperfrecvență $\vec{J} = n\,e\,\vec{v}$ va fi acum o cantitate complexă

$$\vec{J} = \frac{ne^2}{m}\vec{E}_0\left[\frac{\nu}{\nu^2+\omega^2} - i\,\frac{\omega}{\nu^2+\omega^2}\right]e^{i\omega t} \tag{22}$$

și în consecință conductivitatea plasmei va fi

$$\sigma = \frac{ne^2}{m}\left[\frac{\nu}{\nu^2+\omega^2} - i\,\frac{\omega}{\nu^2+\omega^2}\right] \tag{23}$$

Pe lîngă conductivitatea imaginară (sau reactivă) corespunzătoare oscilațiilor fără ciocnire ale electronilor, conductivitatea depinde acuma de o parte reală care exprimă mișcarea oscilatorie a acelei fracțiuni de electroni care este în, faza cu cîmpul electric. Ambele părți, reală și imaginară ale conductivității complexe a plasmei, sînt dependente de densitatea de electroni și de frecvența de ciocnire ν. Ca urmare a faptului că conductivitatea este complexă și constanta dielectrică a plasmei va fi tot o mărime complexă

$$\varepsilon_p = \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\nu^2+\omega^2} + i\,\frac{\omega_p^2\nu/\omega}{\nu^2+\omega^2}\right]\varepsilon \tag{24}$$

Expresia complexă a constantei dielectrice, implică faptul că mediul are pierderi. Efectul pierderilor se anulează atunci cînd $\nu = 0$. Datorită ciocnirilor există electroni a căror viteză nu mai este defazată cu 90^c în raport cu cîmpul electric și astfel cîmpul poate ceda energie electromagnetică electronilor. Energia absorbită dela cîmp este disipată în plasmă. Ea servește în primul rînd, dat fiind slabul contact termic între electroni și ceilalți constituenți ai plasmei, la ridicarea temperaturii gazului de electroni. Rezultă de aici, că un cîmp de ultra înaltă frecvență poate constitui o sursă termică pentru plasmă, la care are acces doar gazul de electroni. Din ec. (17) și ec. (24) rezultă că putem afla constanta de atenuare α și constanta de fază β. Considerînd că $\left(\frac{\nu}{\omega}\right) \ll \left[\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 - 1\right]^2$ obținem

$$\alpha = \frac{\omega}{2c}\left\{\frac{\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \frac{\nu}{\omega}}{\left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\right]^{1/2}}\right\} \tag{25}$$

$$\beta = \frac{\omega}{c}\left[1 - \left(\frac{\omega_p}{c}\right)^2\right]^{1/2} \tag{26}$$

Comparînd ec. (26) cu ec. (18) se observă că, introducerea termenului care ține cont de ciocniri, nu a schimbat proprietățile propagării. Astfel undele electromagnetice a căror frecvență este mai mare decît frecvența plasmei se vor propaga prin plasmă, pe cînd unele a căror frecvență este mai mică, nu se vor putea propaga. Totuși din ec. (25) rezultă că atenuarea undei este controlată de către densitatea de electroni și frecvența de ciocnire a electronilor ν. Din cele de mai sus, rezultă consecințe importante în ceea ce privește diagnosticarea plasmei prin tehnica microundelor. Prin măsurarea defazării și atenuării undei în plasmă putem obține doi parametri esențiali densitatea electronică, respectiv frecvența de ciocnire electron — particulă neutră.

3. Propagarea undelor în plasma imersă în cîmp magnetic

3.1. — *Frecvența ciclotronică a electronului*

Ecuația de mișcare a unui electron care se deplasează cu viteza $\vec{v}$ în prezența unui cîmp continuu și uniform $\vec{B}_0$ se scrie în istemul M K S în felul următor

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e(\vec{v} \times \vec{B}_0) \qquad (27)$$

Din membrul drept al acestei ecuații rezultă că, la momentul $t = 0$ componenta vitezei $\vec{v}$ care este paralelă cu cîmpul $\vec{B}_0$, pe care o notăm prin $\vec{v}_{\parallel}$ rămîne neschimbată de către cîmpul magnetic deoarece $\vec{v}_{\parallel} \times \vec{B}_0 = 0$ și ca urmare $\frac{dv_{\parallel}}{dt} = 0$ și deci $\vec{v}_{\parallel} = \text{const}$. Rezultă astfel că, electronul se mișcă cu o viteză constantă în lungul liniilor de forță ale cîmpului magnetic. Componenta perpendiculară a vitezei $\vec{v}$ pe direcția cîmpului magnetic, pe care o notăm prin $\vec{v}_{\perp}$ satisface ecuația.

$$m \frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = e(\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}_0) \qquad (28)$$

Această ecuație reprezintă o mișcare circulară în jurul liniilor cîmpului $\vec{B}_0$ astfel că ea mai poate fi scrisă astfel

$$\frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = \vec{\omega}_c \times \vec{V}_{\perp} \qquad (29)$$

în care $\vec{\omega}_c = -\frac{e}{m} \vec{B}_0$ este așa numita frecvență ciclotronică a electronului sau girofrecvență, frecvența unghiulară cu care un electron girează într-un cîmp magnetic. Din cele de mai sus rezultă că mișcarea electronului constă dintr-o mișcare circulară în jurul liniilor de forță ale cîmpului magnetic, cu o translație uniformă în lungul liniilor de forță ale cîmpului magnetic. Frecvența ciclotronică nu trebuie confundată cu frecvența Larmor, care apare în problemele care implică o precisie a electronilor într-un cîmp magnetic, și care este definită ca $-\frac{e\vec{B}_0}{2m}$

3.2. — *Rezonanța ciclotronică a electronului*

În absența unui cîmp magnetic constanta dielectrică și indicele de refracție ale plasmei sînt aceleași pentru toate direcțiile de propagare ale undelor, adică plasma este izotropă pentru propagarea undelor electromagnetice. Astfel, în cazul absenței unui cîmp magnetic din ecuația (10), rezultă că un cîmpelectric dirijat după o direcție — de exemplu după axa x — produce o den sitate de curent numai și numai în direcția x. Nu aceiași situație întîlnim în cazul în care plasma este plasată într-un cîmp magnetic $\vec{B}_0$ a cărui direcție este paralelă sau antiparalelă la direcția de propagare a undei electromagnetice. Așa cum s-a arătat mai sus, un electron care se deplasează într-o direcție dată își poate schimba această direcție sub influența cîmpului magnetic constant $\vec{B}_0$. Cîmpul magnetic modifică mișcarea electronilor, impunîndu-le o mișcare de girație cu frecvența ω_c în jurul liniilor sale de forță. Cîmpul electric de ultraînaltă frecvență al undei, care este perpendicular pe $\vec{B}_0$ va desvolta o componentă a mișcării sub unghiuri drepte la el însăși și în cuadratură cu el. Cu alte cuvinte un cîmp electric dirijat după axa x poate produce curenți în direcțiile x, y, și z. Astfel plasma prezină datoriă efectelor cîmpului magnetic în care este plasată. proprietăți diferite în lungul axelor în direcții diferite, adică plasma devine anizotropă ceeace matematic revine la a spune că între $\vec{J}$ și $\vec{E}$ (cîmpul electric al undei) există o relație tensorială. Dealtfel aceasta rezultă imediat din ecuația de mișcare a electronului aflat sub influența cîmpului electromagnetic al undei și a cîmpului B_0. Deoarece cîmpul magnetic total este o superpoziție de cîmp de ultra înaltă frecvență $\vec{B}$ și cîmp magnetic continu $\vec{B}_0$, termenul care apare $\vec{v} \times \vec{B}$ va fi neglijat, dat fiind ordinul său de mărime, în comparație cu $\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}_0$ astfel că mișcarea indusă va fi dată de legea lui Newton cu forțele Lorentz și Langevin

$$nm\frac{d\vec{v}}{dt} + nm\nu\vec{v} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}_0) \tag{30}$$

În acest caz spre deosebire de ec. (11) din cauza naturii vectoare a forței magnetice $e\vec{v} \times \vec{B}_0$, conductivitatea este anizotropă în raport cu cîmpul magnetic și de aceea este un tensor. Ca urmare și constanta dielectrică va fi deasemenea un tensor. Astfel cînd plasmei i se aplică un cîmp magnetic $\vec{B}_0$, aceasta devine electric anizotropă pentru undele electromagnetice, adică permeabilitatea plasmei rămîne egală cu cea a vidului μ_0, pe cînd constanta sa dielectrică se transformă într-un tensor. Problema matematică se simplifică întrucîtva, dacă se consideră că $\vec{B}_0$ este orientat într-o singură direcție, spre exemplu după axa z a unui sistem rectangular. Dacă se neglijează vitezele termice ale electronilor, atunci tensorul dielectric dela care sînt determinate proprietățile propagării se scrie astfel

$$\varepsilon = \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & i\varepsilon_{12} & 0 \\ -i\varepsilon_{12} & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{vmatrix}$$

Elementele de matrice sînt $\varepsilon_{11}=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2-\omega_c^2}$, $\varepsilon_{12}=\frac{\omega_p^2\,\omega_c}{\omega(\omega^2-\omega_c^2}$, $\varepsilon = 1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}$. Obținerea lor fiind dată în anexa. Se poate vedea că atunci cînd $\vec{B}_0=0$ și deci $\omega_c = o$, termenii diagonali devin egali unul cu altul, adică $\varepsilon_{11}=\varepsilon_{33}$, și $\varepsilon_{12}=0$, astfel că ε se reduce la valoarea dată de ec. (24). Atunci cînd $\vec{B}_0$, este înlocuit prin $-\vec{B}_0$, girofrecvența ω_c schimbă de semn și în consecință componentele satisfac relația generală de simetrie $\varepsilon_{ik}(\vec{B}_0)=\varepsilon_{ki}(-\vec{B})$. Dacă orientăm sursa de unde plane astfel încît vectorul de propagare să fie în lungul axei z (paralelă cu $\vec{B}_0$), atunci în momentul pătrunderii acestei unde plan polarizate E_x, E_y în plasmă, ea se desface în două unde circular polarizate care se rotesc în sensuri contrare în jurul direcției de propagare. La una din cele două unde vectorul electric se rotește în acelaș sens cu girația electronilor (semnul minus în fața lui ω_c), iar la cealaltă vectorul electric se rotește în sens opus girației electronilor (semnul plus în fața lui ω_c). Vom face pentru simplificarea discuțiilor o transformare a variabilelor cîmpului E_x, E_y la $E_\pm$, adică o transformare dela polarizarea liniară la polarizarea circulară după cum urmează

$$E_\pm = E_\pm\, iE_y \tag{32}$$

multiplicarea cu $(+i)$ corespunde la o rotație spre dreapta, adică de la x la y în jurul lui z, astfel că E_+ reprezintă cîmpul electric al undei circular polarizată dreapta, iar E_- reprezintă cîmpul electric al undei circular polarizate stînga. Aceste unde circular polarizate cu sensuri de rotație opuse nu se propagă în plasmă cu aceiași viteză, deoarece constantele dielectrice care le corespund sînt diferite, ele depinzînd de direcția de polarizare a undei. Constanta dielectrică a celor două unde $\varepsilon_\pm$ $(\varepsilon_{11}\pm\varepsilon_{12})$ ε fiind dată de relația

$$\varepsilon_\pm = \left[1-\frac{\omega_p^2\omega\mp\omega_c}{\omega(\omega\mp\omega_c)^2+\nu^2}-i\,\frac{\omega_p^2\nu}{\omega(\omega\mp\omega_c)^2+\nu^2}\right]\varepsilon \tag{33}$$

Desigur că

$$\gamma_\pm = -\,\omega^2\mu\,\varepsilon_\pm \tag{34}$$

Din ec. (33) rezultă că atunci cînd $\omega < \omega_c$, $R_e(\varepsilon_+) > \varepsilon$ spre deosebire de cazul cînd $\vec{B}_0, = 0$. Din ec. (34) rezultă că impedanțele caracteristice ale celor două unde sînt diferite. Din punct de vedere fizic este evident că trebuie să apară o rezonanță atunci cînd vectorul electric al undei se rotește în același sens și cu aceiași frecvență ca a girației naturale a particulei. Această rezonanță este cunoscută sub numele de rezonanța ciclot-onică. Atunci cînd frecvența undei electromagnetice este egală cu frecvența ciclotronică a elcnru-o lui ω_c, partea reală a lui ε_+ devine maximă. Cum partea reală a lui ε_+ reprezintă proprietățile disipative ale mediului, rezultă că mediul posedă o rezonanță de tip pierderi. Pe de altă parte, ε_+ reprezintă proprietatea mediului pentru unda circular polarizată dreapta, astfel că atunci cînd $\omega = \omega_c$ electronul și vectorul electric al undei se rotesc în acelaş sens și cu aceiași frecvență și deci apare condiția de rezonanță ciclotronică electronică și pierderile care o însoțesc. În acest fel electronii sînt în rezonanță cu cîmpul electric al undei accelerîndu-se sub acțiunea acestui cîmp, preluînd în mod continuu energie dela acesta. Astfel o mare cantitate de energie electromagnetică poate fi transferată electronilor, atunci cînd $\omega = \omega_c$. Energia absorbită la rezonanță ciclotronică a electonului, este transferată în parte plasmei prin interacțiunea electronilor cu ceilalți constituienți ai ei. Datorită acestui fapt temperatura plasmei crește, o parte din puterea de ultra înaltă frecvență este transformată în căldură, producîndu-se astfel de pierderi în cîmpul de ultra înaltă frecvență, care vor duce la atenuarea undei electromagnetice. Pe de altă parte observăm ușurința cu care gazul poate fi ionizat, atunci cînd este satisfăcută condiția de rezonanță ciclotronică a electronului. Trebuie să remarcăm faptul că atunci cînd frecvența ω a undei circular polarizate dreapta devine comparabilă cu frecvența ω_c, trebuie să se producă fenomenul de dispersie anomală la această undă, întrucît acest fenomen se observă întotdeauna in apropierea rezonanțelor. Astfel pentru unda care se apropie de rezonanță, indicile de refracție $n_+ \to \infty$, iar viteza de fază corespunzătoare v_+ se micșorează brusc în apropierea lui ω_c. Dispersia anomală este întotdeauna acompaniată de o absorbție anomală, adică de o creștere bruscă a amortizării undei. Unda este puternic perturbată de către curentul asociat mișcării electronilor atunci cînd frecvența sa este în vecinătatea girofrecvenței electronilor ω_c. Din ec. (33) rezultă că unda circular polarizată stînga nu prezintă o rezonanță atunci cînd $\omega = \omega_c$. Aceasta era de așteptat deoarece în acest caz electronul și unda se rotesc în sensuri opuse, neexistînd astfel o accelerare a electronului. Acest rezultat ar putea fi interpretat din punctul de vedere al condiției transferului maxim de energie. Se știe că pentru ca săexiste un transfer de energie eficient dela sau la undă, este necesar ca impedanțele să fie adaptate. Avînd în vedere ec. (34) ar rezulta că pentru $\omega = \omega_c$ impedanța undei circular polarizată dreapta este adaptată la impedanța mediului.

3.3. — *Caracteristicile propagării în plasma anizotropă*

Spre deosebire de cazul propagării undelor într-un mediu dielectric în care electronii oscilează în general în fază cu forța aplicată, în cazul propagării undelor într-o plasmă fără cîmp magnetic, mișcarea electronilor nu este în fază cu cîmpul electric. fig.2. Ca urmare, viteza de fază v a unei unde electromagnetice va fi mai mică decît viteza c într-un dielectric și mai mare într-o plasmă. În prezența unui cîmp magnetic, conductivitatea σ devine un tensor $\overleftrightarrow{\sigma}$ de la care se obține tensorul dielectric $\overleftrightarrow{\varepsilon}$, care are numai trei componente disticte

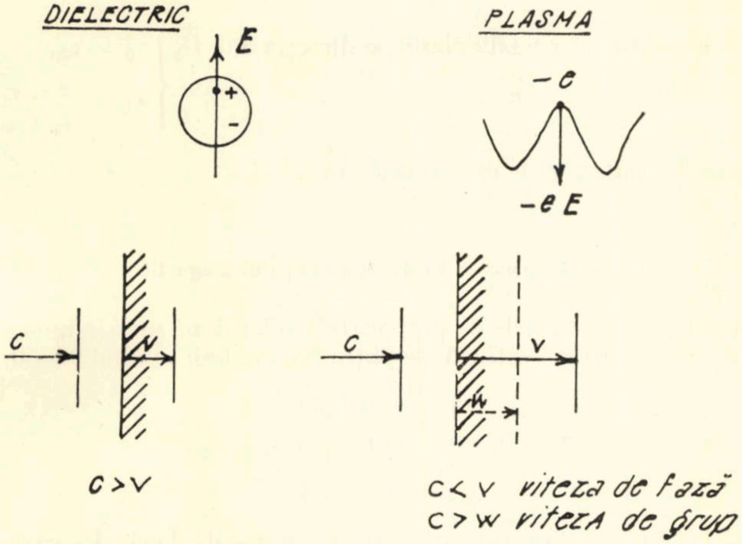


Fig 2. –

ε_{11}, ε_{12}, ε_{33}. Componentele ε_{11} și ε_{12} sînt sumă și diferență de ε_{+} și ε_{-} care se referă la polarizarea circulară a cîmpului electric

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{1}{2}(\varepsilon_{+} + \varepsilon_{-}) \\ j\varepsilon_{12} &= \frac{1}{2}(\varepsilon_{+} - \varepsilon_{-}) \end{aligned} \tag{35}$$

În cazul general al propagării într-un mediu anizotrop, cînd vectorul de propagare face un unghi θ cu cîmpul magnetic $\vec{B}_{\circ}$. constantele de propagare se obțin din ecuația undelor. Condiția de existență a unei soluții nebanale a acestei ecuații, este ca determinantul coeficienților săi să fie nul. Această condiție duce la relația de dispersie:

$$\mathrm{t}_g^2\,\theta = \frac{-\varepsilon_{33}(n^2-\varepsilon_{+})(n^2-\varepsilon_{-})}{(n-\varepsilon_{33})(n\varepsilon_{11}-\varepsilon_{+}\varepsilon_{-})} \tag{36}$$

Rezolvînd această ecuație pentru $\mathrm{t}_g^2\,\theta$, obținem din egalarea cu zero a numărătorului indicii de refracție ai celor două unde circular polarizate dreapta și stînga, care se pot propaga în lungul lui $\vec{B}_0$, iar din egalarea cu zero a numitorului obținem indicii de refracție ai celor două unde (ordinară și extraordinară) care se pot propaga perpendicular pe $\vec{B}_0$;

$$\text{Propagare în direcția lui } \vec{\mathrm{B}}_0 \quad \theta = 0 \qquad \begin{cases} n_+^2 = \varepsilon_+ \\ n_-^2 = \varepsilon_- \end{cases}$$

$$\text{Propagar perpendiculară pe direcția lui } \vec{B}_0 \quad \theta = \frac{\pi}{2} \qquad \begin{cases} n_0^2 = \varepsilon_{33} \\ n_\times^2 = \dfrac{2\,\varepsilon_+\,\varepsilon_-}{\varepsilon_+ + \varepsilon_-} \end{cases}$$

polarizarea celor patru unde este arătată în fig. 3.

a) Propagarea în direcția cîmpului magnetic

În acest caz constantele de propagare a celor două unde transversale circular polarizate dreapta — stînga, se obțin din ec. (36) punînd $\theta = 0$, astfel că

$$\gamma_\pm^2 = -\,\omega^2\,\mu\,\varepsilon_\pm \tag{37}$$

Ținînd seama de ec. (33) soluțiile ec.(37) pot fi scrise

$$\gamma_\pm = \alpha_\pm + \mathrm{i}\,\beta_\pm \tag{38}$$

unde $\alpha_\pm$ și $\beta_\pm$ sînt constanta de atenuare respectiv de fază. În cazu lîn care $\nu = 0$ constantele de propagare se reduc la constantele de fază

$$\beta_\pm = \frac{\omega}{c}\left[\frac{\omega^2 \mp \omega_c\omega - \omega_p^2}{\omega(\omega \mp \omega_c)}\right]^{1/2} \tag{39}$$

ca urmare vitezele de fază ale celor două unde se scriu astfel

$$V_\pm = \frac{c\,[\omega^2 \mp \omega_c\,\omega]^2}{\omega^2 \pm \omega_c\,\omega - \omega_p^2} \tag{40}$$

Este util în analiza unei relații de dispersie să fie examinate frecvențele pentru care viteza de fază a undei este zero sau infinit. Astfel vom folosi termenul de rezonanță pentru situația în care viteza de fază a undei $v = 0$ ($n^2 = \infty$) și termenul de tăiere pentru situația în care viteza de fază a undei $v = \infty$ ($n^2 = 0$). În plasmă, o undă la frecvența de tăiere va fi reflectată (pe o suprafață de tăeiere), dar va fi absorbită la rezonanță (pe o suprafață rezonantă) Frecvențele de tăiere și frecvențele de rezonanță separă valorile parametrilor plasmei în care patratul indicelui de refracție este pozitiv sau negativ și astfel regiunile de propagare de regiunile de nepropagare. Atenuarea undei este mică în apropierea tăierii dar este mare, în apropierea rezonanței. Din ec. (40) rezultă că, pentru $\omega = \omega_c$, $v_+ = 0$. Cu alte cuvinte unda circular polarizată dreapta are o rezonanță atunci cînd frecvența sa devine egală cu frecvența ciclotronică a elecronului. Penru a afla frecvențele de tăiere ale acestei unde punem condiția ca $v_+ = \infty$. Aceasta revine la egalarea cu zero a numitorului ec. (40) adică.

$$\omega^2 - \omega_c\omega - \omega_p^2 = 0 \tag{41}$$

Rezolvînd această ecuație în raport cu ω, obținem frecvențele de tăiere

$$\omega_{1,2} = +\frac{\omega_c}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_c}{2}\right)^2 + \omega_p^2} \tag{42}$$

Din ec. (40) rezultă că, pentru $\omega = \omega_c$, $v_- \neq 0$ și deci unda circular polarizată stînga nu prezintă fenomenul de rezonanță. Frecvențele de tăiere ale undei circular polarizate stînga rezultă din condiția

$$\omega^2 + \omega_c\omega - \omega_p^2 = 0 \tag{43}$$

adică

$$\omega_{3,4} = -\frac{\omega_c}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_c}{2}\right)^2 + \omega_p^2} \tag{44}$$

Din cele de mai sus rezultă că, unda circular polarizată dreapta are o rezonanță pentru $\omega = \omega_c$ și o tăiere pentru $\omega = \omega_+$(ω_+ reprezentînd soluția ec. (42) cu semnul plus în fața radicalului) iar unda circular polarizată stînga are o tăiere pentru $\omega = \omega_c$ (semnul minus în fața radicalului soluției dată de ec. (44). Soluțiile ec. (42), ec. (44) și frecvența ω_c sînt dispuse unele față de altele astfel $\omega_4 < \omega_2 < \omega_3$, $\omega_3 < \omega_c < \omega_1$ În cazul undei circular polarizată dreapta, petru frecvențe $\omega > \omega_+$ $\omega^2 - \omega_c\omega - \omega_p^2 > 0$. Deoarece $\omega_+ > \omega_c$ rezultă că $\omega - \omega_c > 0$, astfel că β_+ dat de ec. (39) este real. Cu alte cuvinte regiunea $\omega > \omega_+$ este permisă pentru propagare. Pentru frecvențele cuprinse în intervalul $0 < \omega < \omega_c$, $\omega^2 - \omega_c\omega - \omega_p^2 < 0$, $\omega(\omega - \omega_c) < 0$ astfel că $\beta_+ > 0$ și deci și în acest interval propagarea este permisă pentru unda circular polarizată dreapta. Pentru frecvențele cuprinse între ω_c și ω_+ rezultă că $\omega^2 - \omega_c\omega - \omega_p^2 < 0$, iar $\omega - \omega_c > 0$ și deci β_+ este imaginar și ca urmare în intervalul (ω_c, ω_+) propagarea este oprită. În cazul undei circular polarizate stînga, pentru toate frecvențele $\omega > \omega_-$, $\omega^2 + \omega_c\omega - \omega_p^2 > 0$ și $\omega + \omega_c > 0$, astfel că $\beta_+ > 0$. Deci, regiunea $\omega > \omega_-$ este permisă pentru prpagare. Pentru toate valorile $\omega < \omega_c$ rezultă că $\omega^2 + \omega_c\omega - \omega_p < 0$, $\omega + \omega_c > 0$ astfel că β_- este imaginar. Rezultă astfel că mediul plasmă acționează pentru unda circular polarizată dreapta, ca un filtru, cu o bandă de oprire pentru propagarea undelor în intervalul de frecvențe, cuprins între ω_c și ω_-. Observăm că cîmpul magnetic $\vec{B}_0$ a deplasat limita inferioară a benzii de oprire dela $\omega = 0$ (cînd $\vec{B}_0 = 0$) la $\omega = \omega_c$ iar limita superioară a benzii de la $\omega = \omega_p$ (cînd $\vec{B}_0 = 0$) la $\omega = \omega_+ +$, introducînd astfel o bandă de trecere în intervalul de frecvență cuprins între $\omega = 0$ și $\omega = \omega_c$. Remarcabil pentru această undă este faptul că toate frecvențele mai mici decît ω_c se vor propaga prin plasmă fără a ține seama de ω_p, spre deosebire de cazul $\vec{B}_0 = 0$ cînd frecvențele mai joase decît ω_p erau excluse dela propagare. Pentru unda circular polarizată stînga, mediul acționează cu un filtru trece

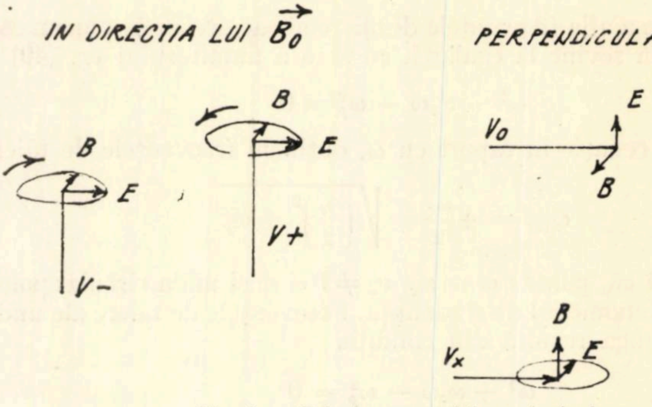

IN DIRECTIA LUI $\vec{B}_0$
PERPENDICULAR PE $\vec{B}_0$
B
E
V-
B
E
V+
E
V0
B
B
E
Vx

Fig. 3. — Polarizarea undelor principale

sus asesemănător cazului $B_0 = 0$, cu o bandă de oprire pentru frecvențele mai joase decît ω_- și cu o tăiere pentru $\omega = \omega_-$. Datorită efectelor cîmpului magnetic $\vec{B}_0$ valoarea lui ω_-, a fost redusă ceea ce a dus la îngustarea benzii de oprire. Caracteristicile de filtru ale plasmei anizotrope pentru cazul propagării în lungul lui $\vec{B}_0$ sînt arătate în fig. 4.

b) **Propagarea perpendiculară pe direcția cîmpului magnetic**

Pentu acest caz soluțiile ec. (36) cu $\gamma = \gamma_\perp$ conduc la

$$\gamma_\perp = -\mu\omega^2 \frac{2\varepsilon_+ \cdot \varepsilon_-}{\varepsilon_+ + \varepsilon_-} \tag{41}$$

cu $E_z = 0$ și

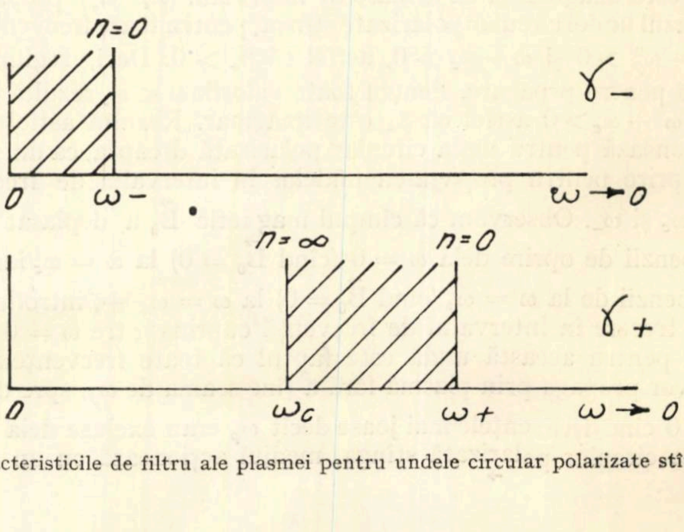

n=0
γ −
0
ω−
ω → 0
n=∞
n=0
γ +
0
ωc
ω+
ω → 0

Fig. 4. — Caracteristicile de filtru ale plasmei pentru undele circular polarizate stînga, dreapta.

$$\gamma_{\perp} = \gamma_{B_0} \qquad (42)$$

cu $E_x = E_y = 0$ și $E_z = 0$.

Ultima soluție, ec. (42) corespunde la o undă al cărui cîmp electric $\vec{E} = \vec{k} E_z$ este orientat în direcția cîmpului magnetic $\vec{B}_0$, și a cărei constantă de propagare γ_{B_0} are aceiași expresie ca și γ dată de ec. (18), corespunzătoare cazului în care $\vec{B}_0$ era nul. Explicația acestui rezultat constă în faptul că electronii care sînt în direcția lui $\vec{B}_0$ fiind supuși acțiunii cîmpului electric E_z sînt accelerați, capătă viteză și deci energie cinetică, mișcarea lor rămînînd astfel neafectată de către cîmpul magnetic $\vec{B}_0$. Plasma acționează astfel ca un filtru trece sus cu o frecvență de tăiere $\omega = \omega_p$ pentru unda al cărei vector electric este orientat în direcția lui $\vec{B}_0$. Soluția dată de ec. (41) mai poate fi scrisă pentru cazul în care $\nu = 0$ astfel

$$\gamma_{\perp} = i \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\omega^2 (\omega_p^2 - \omega^2 + \omega_c^2) - \omega_p^2 (\omega_p^2 - \omega^2)}{\omega^2 (\omega_p^2 - \omega^2 + \omega_c^2)}} \qquad (43)$$

Din această relație rezultă că patratul indicelui de refracție este negativ în regiunea cuprinsă între 0 și ω_- în regiunea cuprinsă între $\sqrt{\omega_p^2 + \omega_p^2}$ și ω_+ și deci plasma acționează ca un filtru cu benzile de oprire în regiunile $0 < \omega < \omega_-$ și $\sqrt{\omega_c^2 + \omega_p^2} < \omega < \omega_+$ fig. 5. Datorită efectelor cîmpului magnetic B_0 a fost introdusă o bandă de trecere în regiunea în care în mod normal era o tăiere pentru cazul $\vec{B}_0 = 0$. Totodată observăm că limita superioară a benzii de oprire a fost deplasată în sens crescător față de cazul $\vec{B}_0 = 0$. Pentru simplificarea discuțiilor în cele de mai sus nu s-a ținut seama de efectele datorate ciocnirilor. În general pentru valori mici ale lui ν, efectele ciocnirilor se manifestă prin aceia că tranziția între benzile de oprire și benzile de trecere nu se face atît de brusc, iar pe de altă parte se manifestă printr-o ușoară deplasare a frecvențelor la care apar benzile. Desigur atunci cînd se iau în considerare ciocnirile atenuarea benzilor de oprire, are o valoare fiintă.—

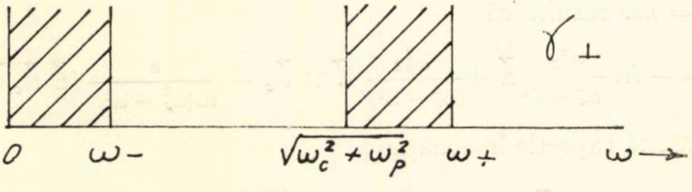


Fig. 5. — Caracteristica de filtru a plasmei pentru unde cu $\gamma \perp B_0$

ANEXĂ

Mișcarea indusă este dată de legea lui Newton cu forța Lorentz

$$m\dot{\vec{v}} = e\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}_0) \tag{1}$$

Pentu a afla soluția în $\vec{v}$ a acestei ecuații, diferențiem în raport cu timpul și înmulțim vectorial cu $\vec{B}_0$.

$$\begin{aligned} m\ddot{\vec{v}} \times \vec{B}_0 &= e[\dot{\vec{E}} \times \vec{B}_0 + (\dot{\vec{v}} \times \vec{B}_0) \times \vec{B}_0] \\ &= e[\dot{\vec{E}} \times \vec{B}_0 + (\dot{\vec{v}}\vec{B}_0)\,\vec{B}_0 - eB_0\dot{\vec{v}}_0] \end{aligned} \tag{2}$$

Înmulțind scalar ec. (1) cu $B_\circ$ obținem

$$m\dot{\vec{v}}\,\vec{B}_0 = e\,\vec{E}\,\vec{B}_0 \tag{3}$$

Multiplicăm : ec. (1) cu $\frac{1}{m}\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}$, ec. (2) cu em^{-2}, ec. (3) cu $e^2m^{-3}B_0$ și le adunăm. Obținem rezultatul

$$\ddot{\vec{v}} + \left(\frac{eB_0}{m}\right)^2 \dot{\vec{v}} = \frac{e}{m}\,\ddot{\vec{E}} + \frac{e}{m}\,\dot{\vec{E}} \times \frac{e\vec{B}_0}{m} + \frac{e}{m}\left(\vec{E}\,\frac{e\vec{B}_0}{m}\right)\frac{e\vec{B}_0}{m}$$

Considerînd o variație armonică cu frecvența ω, a mărimilor $\vec{v}$ și $\vec{E}$ și notînd cu $\vec{\omega}_c$ termenul $\frac{e\vec{B}_0}{m}$, ultima ecuație devine

$$i\omega\,[\omega_c^2 - \omega^2]\,\vec{v} = -\,\omega^2\,\frac{e}{m}\,\vec{E} + i\,\omega\,\frac{e\vec{E}}{m} \times \vec{\omega}_c + \frac{e}{m}\,(\vec{E}\vec{\omega}_c)\,\vec{\omega}_c$$

de unde rezultă viteza $\vec{v}$

$$\vec{v} = \frac{-\,\omega^2\,\frac{e}{m}\,\vec{E} + i\,\omega\left(\frac{e\vec{E}}{m} \times \vec{\omega}_c\right) + \frac{e}{m}\,(\vec{E}\vec{\omega}_c)\,\omega_c}{i\omega\,[\omega_c^2 - \omega^2]} \tag{4}$$

dar cum $\vec{J} = ne\vec{v}$ rezultă că

$$\vec{J} = -\,i\omega\,\frac{\omega_p^2\varepsilon}{\omega_c^2 - \omega^2}\,\vec{E} + \frac{\omega_p^2\varepsilon}{(\omega_c^2 - \omega^2)^2}\,\vec{E} \times \vec{\omega}_c - \frac{\varepsilon}{i\omega(\omega_c^2 - \omega^2)}\,(\vec{E}\,\vec{\omega}_c)\vec{\omega}_c \tag{5}$$

înlocuind această expresie în ecuația

$$\vec{J} = -\mathrm{i}\omega\,\varepsilon\vec{E} = -\mathrm{i}\,\omega\,\overset{\leftrightarrow}{\varepsilon}\,\vec{E} \tag{6}$$

și făcînd uz de faptul că $\vec{B}_0$ are componente doar după ax z, rezultă prin indentificare elemente de matrice:

$$\varepsilon_{11} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \qquad \varepsilon_{12} = \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega\,(\omega^2 - \omega_c^2)} \qquad \varepsilon_{33} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

BIBLIOGRAFIE

R. Spitzer L. „Physics of Fully Ionized Gases" Intersçience Publishers, Second Ediion 1961.
2. Allis W. P.: Buchsbaum S. J. Bers A., „Wave Propagation in Anisotropic Plasma" M.I.T. Press 1963
3. Denisse J. F. et Delcroix J. L." „Theorie des ondes dans les plasmes" Dunod 1961.
4. Ramo S. and Whinnery, J. R.:" Fields and Waves in Modern Radio" J. Wiley and Sons 1946.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕРХВЫСОКОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ С ПЛАЗМОЙ

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В работе изучается распространение электромагнитных волн в ионизированной среда при присутствии магнитного поля и без поля. Указывается значение плазменного резонанс и его влияние на распространение магнитных волн. В присутствии магнитного поля, электромагнитные свойства плазмы сильно изменяются. В этом случае плазма действует как анизое троин среда и обладает полосами пропускания и задержки. Эти результаты имеют значения для техники передачи сообщения, а так же для Мехники микроволн. Теория иллюстнирует значения техники микроволн для диагностики плазмы.

INTERACTION CENTRIMETRIC ELECTROMAGNETIC WAVES — PLASMA

ABSTRACT

The present paper provides some considerations on the proagation characteristics o an electromagnetic waves in the presence of an ionized medium with and without magnetic field. It is shown the importance of plasma resonance and its relation to electromagnetic waves propagation. In the presence of a steady magnetic field, the electromagnetic properties of plasma are drastically modified. In this case, the plasma behaves as a doubly refracting medium and exibits stop and pass band. This resulto has obvious implications both from the communication and the device viewpoint. The theory illustrates the importance of microwave techniques for the study of plasmas.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

Redactor: ŞTEFANIA BARBU
Tehnoredactor: MIHAIL GEORGESCU

Analele Universităţii Bucureşti
FIZICĂ
Anul XVIII — 1969

Întreprinderea Poligrafică „13 Decembrie 1918" — C. 3273

PESTI MŰSZAKI EGYE 1848